

UNIVERZITET U
NIŠU

PRIRODNO-MATEMATIČKI
FAKULTET



Niš,
2017. god.



INFORMATOR

departmana za
matematiku



QR code



UNIVERZITET U NIŠU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

INFORMATOR
DEPARTAMANA ZA MATEMATIKU

Niš, 2017.

DRAGE BUDUĆE KOLEGINICE I KOLEGE,
DOBRODOŠLI U NIŠ,
NAJVEĆI GRAD U JUGOISTOČNOJ SRBIJI!

Pred vama se nalazi tekst koji ima za cilj da vas upozna sa našim gradom, Fakultetom, Departmanom, studijskim programima i studentskim životom koji vas očekuje ukoliko se odlučite da od oktobra budete studenti na Departmanu za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu.



Sadržaj

1	Predgovor	7
2	Zašto studirati matematiku?	11
2.1	Zašto Departman za matematiku na PMF-u u Nišu? . . .	12
2.2	Aktivnosti studenata	15
3	Kako do indeksa?	17
3.1	Pripremna nastava	18
3.2	Prijavljivanje kandidata	19
3.2.1	Formiranje rang liste	20
3.3	Polaganje prijemnog ispita	20
3.3.1	Ulaganje prigovora na konačnu rang listu	21
3.4	Upis primljenih kandidata	21
4	Pravila studiranja	23
4.1	Vrste i nivoi studija na Fakultetu	23
4.2	Status studenata	24
4.3	Prava, obaveze i mirovanje studenata	25
5	Studijski programi na Departmanu za matematiku	29
5.1	Osnovne akademske studije	29
5.2	Master akademske studije	33

5.2.1	Opšta matematika	34
5.2.2	Matematički modeli u fizici	37
5.2.3	Verovatnoća, statistika i finansijska matematika	39
6	Rešeni zadaci sa prethodnih prijemnih ispita	43
7	Često postavljana pitanja	73

1

Predgovor

Niš je najveći grad jugoistočne Srbije, treći po veličini u Srbiji, i sedište Nišavskog okruga. Nalazi se na raskrsnici najvažnijih balkanskih i evropskih saobraćajnih pravaca. U Nišu se magistralni pravac, koji vodi sa severa, dolinom Morave iz pravca Beograda, račva na pravac ka jugu, dolinom Vardara prema Solunu i Atini, i pravac ka istoku, dolinom Nišave i Marice prema Sofiji, Istanbulu i dalje ka Bliskom Istoku. Ovi putni pravci bili su poznati još od najstarijih vremena kao pravci kretanja naroda, robe i vojski ("Via Militaris" u periodu Rima i Vizantije, "Carigradski drum" u srednjevekovnom periodu u doba Turaka).

Pored drumskih saobraćajnica, Niš sa Evropom i svetom povezuje i vazdušni saobraćaj. Aerodrom "Konstantin Veliki" je drugi aerodrom u Srbiji po broju primljenih putnika godišnje (posle aerodroma Nikola Tesla). Ime je dobio po Konstantinu Velikom, rimskom imperatoru koji je rođen u Nišu 274. godine i kroz istoriju je poznat ne samo kao vladar i mudar vojskovođa, već i kao veliki vizionar i pobornik hrišćanstva. Njegove vizije rezultirale su "Milanskim ediktom", koji je donešen 313. godine, i kojim je prestao progon hrišćana u Rimskom carstvu.

Tu, na raskrsnici Evrope sa Malom Azijom i Crnomorskog područja sa Mediteranom, nalazi se grad koji je u današnje vreme važan privredni, univerzitetski, kulturni, verski i politički centar Srbije, grad koji je bogat kulturno-istorijskim spomenicima (Medijana, Niška tvrđava, Čele-kula, Čegar, memorijalni park "Bubanj", logor "Crveni krst", itd.), turističkim atrakcijama (Niška Banja, Kamenički vis, Bojanine vode, Cerjanska pećina, itd.), ali i mestima za odmor i uživanje u samom gradu (Kazandžijsko sokače, Park Čair, Park Svetog Save, Obrenovićeve ulica).



Niš je grad u kome se tokom cele godine održavaju kulturne manifestacije, kao što su: festival glumačkih ostvarenja "Filmski susreti", festival ozbiljne muzike "Nimus" (Niške muzičke svečanosti), džez festival "Nišvil", muzički festival "Nisomnija", sajam knjiga u Nišu, međunarodni festival amaterskih horova "Horske svečanosti", festival dečije muzike "Majska pesma" i druge. Pored festivala, tu je i Narodno pozorište, tri bioskopa, brojne izložbe, kao i koncerti raznih muzičkih pravaca.

Pored kulturnih, Niš može da se pohvali i sportskim manifestacijama koje se organizuju, pre svega, u sportskom centru Čair. Sportski centar Čair raspolaže Stadionom Čair, Halom Čair i zatvorenim

bazenom. Hala Čair je dvorana u kojoj često svoje mečeve kao domaćini igraju ženska i muška odbojkaška, rukometna i teniska reprezentacija Srbije. Pored toga, mečevi kupa Radivoja Koraća u košarci se najčešće igraju upravo ovde. Na otvorenom bazenu Čair je jula 2010. god. održan završni turnir Svetske lige u vaterpolu. U gradu postoji veliki broj sportskih i rekreativnih klubova, planinarsko društvo, konjički klubovi, fitness centri, teretane, plesne škole.

Niš je takođe i jedan od pet univerzitetskih centara na teritoriji Republike Srbije. Univerzitet u Nišu osnovan je 15. juna 1965. godine. Njegovim osnivanjem zaokružuje se jedan značajan period u novijoj istoriji grada koji počinje 1960. godine formiranjem prvih niških fakulteta pod okriljem Univerziteta u Beogradu. Uz porast broja studenata, razvoj novih naučnih disciplina, ali i sve izraženije potrebe privrednih i društvenih delatnosti za školovanim kadrom, vremenom se Univerzitet u Nišu razvijao i danas u svom sastavu broji trinaest fakulteta i oko 30 000 studenata.



U okviru Univerziteta u Nišu postoje tri studentska doma. Sobe su jednokrevetne, dvokrevetne ili trokrevetne. Svaka soba ima svoje kupatilo, priključak za telefon i besplatan internet. U svim studentskim domovima nalaze se TV sale, čitaonice i kantine. Pravo na smeštaj

u studentskim domovima imaju svi studenti koji ispunjavaju uslove predviđene konkursom. Konkurs za smeštaj studenata za bruoše je početkom septembra meseca, a za ostale studente sredinom septembra ili početkom oktobra. Boravak u studentskim domovima obezbeđen je u toku akademske godine, a izuzetno je moguć i preko letnjeg raspusta.

Studentski restorani pružaju kompletnu ishranu svim zainteresovanim studentima, pri čemu pravo na beneficiranu ishranu imaju svi studenti koji se finansiraju iz budžeta.

U okviru Univerziteta u Nišu postoji Zavod za zdravstvenu zaštitu studenata u kome rade lekari raznih specijalnosti. U njima se obavlja i redovni sistematski pregled studenata po rasporedu koji je uvek blagovremeno istaknut na oglasnoj tabli Prirodno-matematičkog fakulteta.

Jedan od fakulteta na Univerzitetu u Nišu je *Prirodno-matematički fakultet*. Osnovan je septembra 1999. godine izdvajanjem pojedinih departmana sa Filozofskog fakulteta. Inače, rad na departmanima za matematiku, fiziku i hemiju se odvijao još od samog osnivanja Filozofskog fakulteta, tačnije od 1971. godine, što znači da u narednoj školskoj godini deo sadašnjeg Prirodno-matematičkog fakulteta ulazi u četrdeset šestu godinu uspešnog nastavno-naučnog rada i postojanja.

Danas je šest departmana u sastavu Prirodno-matematičkog fakulteta:

- Departman za matematiku,
- Departman za računarske nauke,
- Departman za fiziku,
- Departman za hemiju,
- Departman za geografiju i
- Departman za biologiju i ekologiju.

2

Zašto studirati matematiku?

Matematika je jedna od najstarijih nauka čije je područje izučavanja vrlo teško precizno definisati, ali se obično uzima da izučava količine, strukturu, prostor i promene. Sam njen naziv potiče od starogrčke reči "mathema", koja znači učenje, nauka, što samo oslikava veliki ugled koji je matematika uživala u antičkim civilizacijama. Matematika se razvijala kako sa potrebom da se reše određeni problemi iz realnog sveta tj. prakse, tako i kao teorija koja svakog časa može naći neku svoju neočekivanu, ali važnu primenu.

Velika snaga matematike leži u njenoj mogućnosti da složene probleme iz realnog sveta procesom apstrakcije svede na matematički model, a onda se primenom matematičkih formula (ponekad i primenom računara za određena složena izračunavanja) dolazi do tačnog ili dovoljno preciznog približnog rešenja.

Matematika pruža moćan alat za rešavanje problema iz oblasti izučavanja svih prirodnih i tehničkih, ali i velikog broja društvenih nauka. Zahvaljujući tome, današnji matematičari imaju široke mogućnosti za primenu svog znanja u razumevanju fenomena spoljnog sveta, kako fizičkih, tako i industrijskih, ekonomskih, bioloških, lingvističkih, muzičkih, i mnogih drugih.

Iz pomenutih razloga, matematičari spadaju u retke stručnjake koji nemaju problema sa zapošljavanjem. Matematičari se danas zapošljavaju na različitim poslovima u osnovnim, srednjim i visokim školama, na fakultetima, naučnim institutima, bankama, osiguravajućim društvima, institucijama za procenu i upravljanje rizikom, statističkim zavodima, velikim kompanijama u procesima odlučivanja i kontrole kvaliteta, berzama, kao i u razvojnim i istraživačkim centrima, u zemlji i inostranstvu.

2.1 Zašto Departman za matematiku na PMF-u u Nišu?

Prirodno-matematički fakultet u Nišu je akreditovana i renomirana državna obrazovno-naučna ustanova. Departman za matematiku je jedan od najstarijih departmana ovog fakulteta i postoji skoro pola veka.

Nastavni proces na Departmanu za matematiku odvija se prema bolonjskim principima. Studenti se motivišu da, kroz domaće zadatke, kolokvijume i seminarske radove, aktivno učestvuju u nastavi. Na taj način mogu savladati značajan deo gradiva čime stiču pravo da na završnom ispitu budu oslobođeni tog dela. Kroz završne radove, uz nesebičnu pomoć nastavnika i saradnika departmana, studenti proveravaju i unapređuju svoje znanje. U isto vreme uče više o samom procesu istraživanja.

Prirodno-matematički fakultet ostvaruje saradnju sa univerzitetima, institutima i drugim fakultetima kako u zemlji tako i u inostranstvu. Takođe, fakultet učestvuje u međunarodnim programima kao što su: ERASMUS +, ERASMUS MUNDUS, CEEPUS, MEVLANA, TEMPUS, HORIZON 2020, IPA.

Ova saradnja pruža mogućnost studentima da tokom studija duže

ili kraće vreme provedu van matičnog fakulteta, a sve u cilju njihovog stručnog usavršavanja.

Na ovaj način studenti se povezuju sa svojim kolegama iz zemlje i inostranstva tako da ne čudi podatak da su bivši studenti Departmana za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu uspešni i konkurentni na najrazličitijim zanimanjima u zemlji i inostranstvu, pogotovo u oblastima primene matematičkih znanja u industriji, aktuarstvu, programerskim firmama i bankama.

Na Departmanu za matematiku nastavni kadar se, pored nastavnog procesa, veoma uspešno bavi i naučnim radom. Visok kvalitet naučno-istraživačkog rada potvrđuje i veoma visok indeks citiranosti (SCI) istraživača zaposlenih na Departmanu za matematiku, kao i veliki broj radova objavljenih u vodećim međunarodnim i domaćim časopisima. Među predavačima na Departmanu nalazi se i jedan dopisni član Srpske akademije nauka i umetnosti, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu Vladimir Rakočević. Nastavnici i saradnici departmana učestvuju na seminarima, naučnim i stručnim konferencijama u zemlji i inostranstvu, a i sami su organizatori značajnih naučnih skupova. Naučni rad nastavnika i saradnika u znatnoj meri prati izdavačka delatnost. Iz oblasti matematike Prirodno-matematički fakultet izdaje vrhunski međunarodni naučni časopis "*Filomat*", kao i međunarodni naučni časopisi "*Functional analysis, approximation and computation*" i "*Applied Mathematics and Computer Science*". Pored ozbiljnih naučnih časopisa, Fakultet izdaje i časopis "*Matematika i informatika*", koji se pre svega bavi promocijom matematike i informatike, i u kojem studenti mogu da načine svoje prve korake u pisanju naučnih radova. U cilju podsticanja efikasnosti nastavnog rada, objavljuju se udžbenici, zbirke zadataka, kao i monografije.

Značajnu bazu naučnog i nastavnog rada predstavlja biblioteka sa bogatim i savremenim fondom naučne literature iz zemlje i inostranstva. Biblioteka trenutno raspolaže sa oko 40 250 naslova. Među ovim naslovima je preko 6 600 knjiga, 283 diplomska i master rada

i oko 200 magistarskih teza i doktorskih disertacija iz matematike, kao i preko 300 časopisa sa više od 17 000 svezaka. Čitaonica biblioteke je na raspolaganju studentima svakog radnog dana od 8 do 19h. Pored biblioteke, u procesu učenja, studentima su na raspolaganju i tri računarske učionice sa besplatnim pristupom internetu. Studenti imaju mogućnost da, preko *studentskog portala*, elektronski prijavljuju ispite, prate raspored ispita za predstojeće ispitne rokove i raspored časova, kao i da u svakom trenutku imaju uvid u podatke iz svog studentskog dosijea kao što su broj ostvarenih ESP bodova, upisani semestar, položeni i prijavljeni ispiti itd.



Ukoliko ste radoznali, kreativni, maštoviti, i volite matematiku, onda su studije matematike na Departmanu za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu pravi izbor za vas!

Imaćete priliku da vas stručni i savesni predavači i saradnici uvode u tajne matematičkih teorija. Upoznaćete neke od mnogobrojnih primena matematike. Steći ćete dovoljno (pred)znanja da možete nastaviti master studije na Departmanu za matematiku na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu, ili na drugim fakultetima u zemlji i inostranstvu. U okviru master studija vam se pruža mogućnost da se

usavršavate iz određenih oblasti matematike, ali i da se bavite primenom matematike u fizici, finansijama, biologiji, medicini, i drugim društvenim i tehničkim naukama.

Za one najambicioznije, koji imaju talenta i žele da se bave naučnim radom, doktorske studije matematike su pravi izbor.

Pored doktorskih studija koje se odvijaju na Departmanu za matematiku, Prirodno-matematički fakultet u Nišu je jedan od osnivača *Doktorske škole matematike* koja se realizuje na nivou cele Srbije sa najjementnijim predavačima iz naše zemlje.

2.2 Aktivnosti studenata

Pored obaveza vezanih za samu nastavu, na Prirodno-matematičkom fakultetu i Departmanu za matematiku pruža se i puno mogućnosti za putovanja, bavljenje sportom, naukom i organizaciju drugih nenastavnih aktivnosti.

Departman za matematiku učestvuje na festivalu "Nauk nije bauk". Ovaj festival okuplja zainteresovane iz svih oblasti nauke, i putem predavanja, izložbi i eksperimenata, kroz igru i zabavu, mladima približava misteriozni svet nauke.

U cilju popularizacije nauke, Prirodno-matematički fakultet i Departman za matematiku imaju i razvijenu saradnju sa Istraživačkom stanicom "Petnica", koja predstavlja jednu od najvećih institucija za neformalno obrazovanje u ovom delu Evrope. Naši studenti, saradnici i nastavnici angažovani su kao asistenti i predavači u ovoj instituciji. Na programima matematike, koji se organizuju nekoliko puta godišnje, oni kroz razne aktivnosti, a naročito kroz mentorski rad istraživačkih projekata, pomažu talentovanim srednjoškolcima u prvim koracima ka naučnom radu.

Na Departmanu za matematiku postoje i planovi da se svake godine, maja meseca, obeležava mesec matematike, uz prigodne ak-

tivnosti i sa željom da se u ceo proces aktivno uključe kako studenti, tako i zainteresovani sugrađani. Takođe postoje planovi i volja da se Departman za matematiku uključi i u realizaciju manifestacije "Noć istraživača", koja predstavlja "drugačiji izlazak petkom uveče", gde se u neformalnoj atmosferi, uz filmove i muziku, istraživački poziv iz akademskih klupa seli u svakodnevno okruženje.

Studenti Prirodno-matematičkog fakulteta su jako dobro organizovani. Naime, kroz Savez studenata i Studentski parlament uključuju se u rad organa samog fakulteta i štite prava i interese studenata u njima. Iz redova studenata Studentskog parlamenta bira se Predsednik parlamenta i student prodekan. Studentski parlament se zalaže za kvalitetnu nastavu i uslove studiranja, zaštitu prava studenata, kvalitetno i pravovremeno informisanje studenata. Takođe, Studentski savez i Studentski parlament organizuju kulturna i sportska dešavanja, ostvaruju saradnju sa ostalim fakultetima i savezima studenata u zemlji i inostranstvu, organizuju humanitarne aktivnosti. Studentski parlament ima svoje predstavnike u Savetu fakulteta, Nastavno-naučnom veću fakulteta, Komisiji za obezbeđenje kvaliteta fakulteta i departmana, Studentskom parlamentu Univerziteta u Nišu, Univerzitet-skom sportskom savezu.

Sportska sekcija Saveza studenata zadužena je za formiranje timova u košarci, fudbalu, rukometu, odbojci i drugim sportovima. Ovi timovi treniraju i spremaju se za odlazak na Primatijadu-susret studenata Prirodno-matematičkih fakulteta Srbije, Crne Gore, Republike Srpske, Makedonije, Hrvatske i Bosne i Hercegovine, koja se svake godine organizuje na nekoj turistički atraktivnoj destinaciji u zemlji ili regionu. Pored ovog takmičenja, ekipe Prirodno-matematičkog fakulteta učestvuju na turnirima koji se organizuju na nivou Univerziteta u Nišu, na kojima učestvuju svi fakulteti. Više o organizaciji sportskih takmičenja može se naći na sajtu Univerzitet-skog sportskog saveza Niša.

3

Kako do indeksa?

Put sticanja statusa studenta Departmana za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu, sastoji se iz nekoliko koraka:

- pripremna nastava (nije obavezno),
- prijavljivanje kandidata,
- polaganje prijemnog ispita i
- upis primljenih kandidata.



3.1 Pripremna nastava

Pripremna nastava se organizuje na Departmanu za matematiku svake godine od sredine marta do sredine juna meseca radi bolje pripreme kandidata za polaganje prijemnog ispita. Pripremnom nastavom su obuhvaćene oblasti matematike, po programu za gimnazije matematičkog smera, iz kojih budući studenti dobijaju zadatke na prijemnom ispitu. To su:

- Rastavljanje polinoma na činioce; Deljivost polinoma;
- Racionalni algebarski izrazi; Stepenuvanje i korenovanje;
- Kompleksni brojevi; Polinomi;
- Linearne jednačine i nejednačine; Jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrednostima;
- Kvadratne jednačine, nejednačine i kvadratna funkcija; Bikvadratne i simetrične jednačine;
- Iracionalne jednačine i nejednačine;
- Eksponencijalna funkcija; Eksponencijalne jednačine i nejednačine;
- Logaritamska funkcija; Logaritamske jednačine i nejednačine;
- Trigonometrija; Trigonometrijske jednačine i nejednačine;
- Površina i zapremina poliedara i obrtnih tela;
- Analitička geometrija u ravni; Krive drugog reda (krug, elipsa, hiperbola, parabola);

- Aritmetički i geometrijski niz; Matematička indukcija; Binomni obrazac.

Nastava se organizuje svake subote od 10 do 14h u nekoj od učionica na Prirodno-matematičkom fakultetu, a drže je nastavnici i saradnici Departmana za matematiku. Ukoliko imate dodatnih pitanja u vezi sa pripremnom nastavom možete ih postaviti koordinatoru za pripremnu nastavu, profesorki dr Jasmini Đorđević putem e-maila djordjevichristina@gmail.com.



3.2 Prijavljivanje kandidata

Za upis na prvu godinu osnovnih akademskih studija mogu konkurisati lica sa završenim srednjim obrazovanjem u četvorogodišnjem trajanju. Prijava kandidata se vrši na šalterima Službe za nastavu i studentska pitanja Fakulteta. Prilikom prijavljivanja na Konkurs za upis odgovarajućih osnovnih akademskih studija, kandidat se opredeljuje za odgovarajući studijski program i dostavlja konkursom propisanu dokumentaciju.

3.2.1 Formiranje rang liste

Rang lista prijavljenih kandidata formira se za svaki studijski program posebno. Mesto kandidata na rang listi određuje se na osnovu opšteg uspeha u srednjoj školi i rezultata ostvarenih na prijemnom ispitu.

Opšti uspeh kandidata u srednjoj školi računa se kao zbir prosečnih ocena iz svih predmeta u I, II, III i IV razredu, pomnožen brojem dva. Po ovom osnovu kandidat može steći najmanje 16, a najviše 40 poena. Napomenimo da se prosečna ocena za svaki razred računa zaokruživanjem na dve decimale.

3.3 Polaganje prijemnog ispita

Kandidat koji konkuriše za upis u prvu godinu osnovnih akademskih studija za studijski program matematika polaže prijemni ispit iz *matematike*. Prijemni ispit obuhvata gradivo predmeta matematika koje je izučavano u srednjoj školi u četvorogodišnjem trajanju, a oblasti su navedene u Poglavlju 3.1. Prijemni ispit kandidat polaže u pisanoj formi u prostorijama Fakulteta. Vreme i raspored polaganja prijemnog ispita su blagovremeno objavljeni na oglasnoj tabli i sajtu Fakulteta. Vreme trajanja prijemnog ispita je 150 minuta. Prijemni ispit se sastoji od deset zadataka, od kojih svaki tačno urđen zadatak nosi maksimalno 6 poena, što znači da uspeh na prijemnom ispitu donosi kandidatu najviše 60 poena. Broj poena koji kandidat ostvaruje na prijemnom ispitu određuje se na osnovu kvaliteta izrade testa na prijemnom ispitu.

U prvu godinu osnovnih akademskih studija može se, bez prijemnog ispita, upisati:

- (a) lice koje ima stečeno visoko obrazovanje u trajanju od najmanje tri godine,

- (b) kandidat koji je kao učenik srednje škole, osvojio jednu od prve tri nagrade na adekvatnom republičkom takmičenju iz odgovarajuće oblasti koje organizuje resorno Ministarstvo, odnosno jednu od prve tri nagrade na adekvatnom međunarodnom takmičenju, iz odgovarajuće oblasti.

3.3.1 Ulaganje prigovora na konačnu rang listu

Kandidat može uložiti prigovor dekanu na konačnu rang listu. Prigovor se ulaže u pisanoj formi. Dekan je dužan da odgovori na svaki uloženi prigovor u pisanoj formi. Ako kandidat nije zadovoljan odgovorom dekana, ima prava da podnese žalbu na konačnu rang listu Savetu Fakulteta. Savet Fakulteta razmatra i odlučuje o eventualnim žalbama kandidata. Odluka Saveta Fakulteta je konačna. Vreme za podnošenje prigovora, žalbi, kao i za davanje odgovora u okviru ovog člana precizira dekan u skladu sa Konkursom. Po okončanju svih navedenih postupaka, ističe se konačna rang lista za svaki studijski program na sajtu i oglasnim tablama Fakulteta.

3.4 Upis primljenih kandidata

Mesto na konačnoj rang listi i broj ukupno postignutih bodova određuje da li se kandidat može upisati na prvu godinu studija, kao i da li će biti finansiran iz budžeta ili će plaćati školarinu kao samofinansirajući student.

Kandidat može biti upisan na teret bužeta, ako se na konačnoj rang listi nalazi do broja odobrenog za upis sudenata na teret budžeta (koji je utvrđen konkursom za određeni studijski program), a ostvario je najmanje 51 bod. Kandidat može biti upisan kao samofinansirajući student ukoliko se na konačnoj rang listi nalazi do broja odobrenog za upis samofinansirajućih studenata (koji je utvrđen konkursom za

određeni studijski program), a ostvario je najmanje 31 bod.

Studenti koji imaju maksimalan broj poena na prijemno ispitu i maksimalan broj poena iz srednje škole prilikom dodele indeksa dobijaju na poklon komplet knjiga od Departmana za matematiku.



Studenti pri upisu dobijaju i svoju *e-mail* adresu pomoću koje mogu lakše komunicirati sa predmetnim nastavnicima i saradnicima.

Ukoliko postoji mogućnost, dekan Fakulteta može doneti odluku o preraspoređivanju slobodnih budžetskih mesta sa jednog studijskog programa na drugi, a u skladu sa odobrenim kvotama. Dekan Fakulteta određuje dane za upis studenata u skladu sa konačnom rang listom.

4

Pravila studiranja

Fakultet organizuje i izvodi nastavu na studijskim programima u toku školske godine koja počinje 1. oktobra i traje 12 kalendarskih meseci. Školska godina deli se na zimski i letnji semestar, od kojih svaki ima 15 nastavnih nedelja. Nastava se organizuje i izvodi po semestrima, u skladu sa studijskim programom.

Studijski program je skup obaveznih i izbornih predmeta, sa okvirnim sadržajem, čijim se savladavanjem obezbeđuju neophodna znanja i veštine za sticanje diplome odgovarajućeg nivoa i vrste studija.

Studije na Fakultetu organizuju se na srpskom jeziku. Na Doktorskoj školi matematike studije se izvode na srpskom ili engleskom jeziku.

4.1 Vrste i nivoi studija na Fakultetu

Obrazovna delatnost Fakulteta ostvaruje se kroz akademske studije na osnovu odobrenih, odnosno akreditovanih studijskih programa.

Studije su organizovane i izvode se kroz sva tri nivoa studija:

1. Studije prvog stepena su *osnovne akademske studije* koje imaju 180 ESP bodova.
2. Studije drugog stepena su *master akademske studije* koje imaju 120 ESP bodova.
3. Studije trećeg stepena su *doktorske akademske studije* koje imaju 180 ESP bodova, uz predhodno ostvaren obim studija od najmanje 300 ESP bodova na osnovnim i master akademskim studijama.

Ukupno angažovanje studenta se sastoji od aktivne nastave (predavanja i vežbe), samostalnog rada, kolokvijuma, ispita i izrade završnih radova.

4.2 Status studenata

Student Fakulteta je lice upisano na osnovne, master, specijalističke ili doktorske akademske studije na Fakultetu. Status studenta dokazuje se indeksom. Studenti Fakulteta imaju status studenta koji se finansira iz budžeta (*budžetski student*) ili studenta koji se sam finansira (*samofinansirajući student*). U pogledu prava i obaveza na Fakultetu, potpuno su izjednačeni bužetski i samofinansirajući studenti.

Student koji u tekućoj školskoj godini ostvari određen broj ESP bodova, propisanih zakonom, ima pravo da se u narednoj školskoj godini finansira iz budžeta. Student koji u tekućoj školskoj godini ne ostvari određen broj ESP bodova, nastavlja studije u statusu samofinansirajućeg studenta.

Student koji se finansira iz budžeta može u tom statusu da ima upisan samo jedan studijski program na istom nivou studija.

Student koji se sam finansira opredeljuje se u skladu sa studijskim programom za onoliko predmeta koliko je potrebno da se ostvari najmanje 37 ESP bodova, osim ako mu je do završetka studija ostalo manje od 37 ESP bodova.

Strani državljanin može se upisati na studijski program pod istim uslovima kao i domaći državljanin. Strani državljanin plaća školarinu, osim ako međunarodnim sporazumom nije drugačije određeno. Strani državljanin može se upisati na studije ako je zdravstveno osiguran.

4.3 Prava, obaveze i mirovanje studenata

Student ima *pravo*:

1. na upis, kvalitetno školovanje i objektivno ocenjivanje,
2. na blagovremeno i tačno informisanje o svim pitanjima koja se odnose na studije,
3. na aktivno učestvovanje u donošenju odluka, u skladu sa Zakonom i Statutom,
4. na samoorganizovanje i izražavanje sopstvenog mišljenja,
5. na povlastice koje proizilaze iz statusa studenta,
6. na podjednako kvalitetne uslove studija,
7. na različitost i zaštitu od diskriminacije,
8. da bira i da bude biran u Studentskom parlamentu i drugim organima Fakulteta, odnosno Univerziteta.

Student je *obavezan* da:

1. uredno pohađa nastavu, izvršava obaveze predviđene studijskim programom i planom realizacije, opštim i pojedinačnim aktima Fakulteta,
2. polaže ispite na način i u rokovima kako je to utvrđeno aktima Fakulteta,
3. učestvuje u vrednovanju kvaliteta nastave i nastavnika na načine predviđene opštim i pojedinačnim aktima Fakulteta,
4. ispunjava nastavne i predispitne obaveze,
5. postupa u skladu sa aktima Fakulteta i Univerziteta,
6. poštuje prava zaposlenih i drugih studenata na Fakultetu,
7. učestvuje u donošenju odluka u skladu sa Zakonom, Statutom i aktima Fakulteta.

Student ima pravo prigovora Nastavno-naučnom veću Fakulteta ukoliko Fakultet prekrši neku od obaveza u roku od 15 dana kada je pravo studenta povređeno, izuzev ocenjivanja studenata.

Studentu se, na njegov zahtev, odobrava *mirovanje* prava i obaveza u slučaju:

1. teže bolesti,
2. upućivanja na stručnu praksu u trajanju od najmanje šest meseci,
3. odsluženja i dosluženja vojnog roka,
4. nege vlastitog deteta do godinu dana života,
5. održavanje trudnoće,
6. priprema za olimpijske igre, svetsko ili evropsko prvenstvo (kada ima satus vrhunskog sportiste),

7. u drugim slučajevima predviđenim posebnim aktom Fakulteta.

Student koji je bio sprečen da polaže ispit zbog bolesti ili odsustva zbog stručnog usavršavanja u trajanju od najmanje tri meseca, može polagati ispit u prvom narednom roku. Student u toku mirovanja svojih prava i obaveza ima pravo da polaže ispite. Student kome miruju prava i obaveze produžava rok završetka studija za period mirovanja.

Student ima pravo da Nastavno-naučnom veću Fakulteta, preko Studentskog parlamenta ili preko studenta prodekana, podnosi predloge koji se odnose na podizanje kvaliteta obrazovnog procesa, kao i organizaciju i način izvođenja nastave. Nastavno-naučno veće Fakulteta razmatra predloge i o njima se izjašnjava.

Student ima pravo prigovora na ocenu dobijenu na ispitu, ako smatra da ispit nije obavljen u skladu sa pravilima studija, u roku od 36 časova od dobijene ocene.

Student koji nije zadovoljan prelaznom ocenom na ispitu, ima pravo da podnese zahtev za polaganje ispita u narednom roku. Zahtev se podnosi studentskoj službi. Prodekan za nastavu donosi odluku o ponovnom polaganju ispita. Student koji ponovo polaže ispit plaća posebnu naknadu troškova.

Odgovornost studenata uređuje se Pravilnikom o disciplinskoj i materijalnoj odgovornosti studenata Univerziteta.

Student sa posebnim potrebama-invaliditetom ima pravo da polaže prijemni ispit, kao i sve predispitne obaveze i ispite predviđene studijskim programom, na način prilagođen njegovim mogućnostima.

Studenti koji studiraju osnovne, master, specijalističke ili doktorske akademske studije imaju pravo da završe započete studije u periodu koji je dvostruko duži od vremena trajanja studija.

Prestanak statusa studenta zbog neblagovremenog završetka studija konstatuje dekan rešenjem sa dejstvom od prvog narednog dana po isteku roka.

Studentu se, na lični zahtev, može produžiti rok za završetak

studija do dve školske godine:

- (a) ako je u toku studija ispunjavao uslove za odobrenje mirovanja prava i obaveza, a to pravo nije iskoristio, odnosno nije ga iskoristio u trajanju koje mu je, s obzirom na okolnosti, moglo biti odobreno,
- (b) ako je u toku trajanja studija započeo i završio drugi odobreni, odnosno akreditovani studijski program, na istom ili na višem stepenu, na Univerzitetu u Nišu ili na drugom univerzitetu u zemlji ili u inostranstvu,
- (c) u drugim slučajevima ako Nastavno-naučno veće smatra razloge opravdanim.

Status studenta prestaje u slučaju:

- (a) ispisivanja sa studija,
- (b) završetka studija,
- (c) neupisivanja školske godine,
- (d) ako ne završi studije do isteka roka koji se određuje u dvostrukom broju školskih godina potrebnih za realizaciju studijskog programa,
- (e) izricanja disciplinske mere isključenja sa studija na visokoškolskoj ustanovi.

5

Studijski programi na Departmanu za matematiku

Na Departmanu za Matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu nastava se odvija na sledećim nivoima studija:

1. Osnovne akademske studije Matematika,
2. Master akademske studije Matematika,
3. Doktorske akademske studije Matematika,
4. Doktorska škola matematike.

5.1 Osnovne akademske studije

Studijski program *Osnovne akademske studije Matematika* traje tri godine (šest semestra). Broj ESP bodova koji se ostvaruju pohađanjem nastave i polaganjem ispita na ovom studijskom programu je 180. Nastava se organizuje prema novom studijskom programu koji

je akreditovan 2014. godine, kroz časove predavanja i vežbi. Predavanja izvode nastavnici, a vežbe nastavnici ili saradnici Fakulteta. Svi predmeti su jednosemestralni. Pored obaveznih, postoji i lista izbornih predmeta, što daje mogućnost studentima da samostalno kreiraju svoj obrazovni profil i usmere svoje dalje obrazovanje ka željenom modulu na master akademskim studijama. Od ukupnih 180 ESP bodova, student ostvaruje 144 ESP boda (ili 80%) u okviru obaveznih predmeta, dok 36 ESP bodova (20%) student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta.

Studentu se daje mogućnost da 30 ESP bodova može ostvariti polaganjem predmeta sa bilo kog drugog akademskog studijskog programa osnovnih studija koje se realizuju na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu (Računarske nauke, Fizika, Hemija, Biologija, Geografija). Jedino ograničenje je da se studentu ne dozvoljava izbor sličnih predmeta po sadržaju (na primer, ne dozvoljava se da student bira i polaže predmet Matematika sa studijskog programa Hemija, i ne dozvoljava se da student bira i polaže predmet Primena računara u biologiji, sa studijskog programa Biologija). Posebna komisija razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem.

Dozvoljen je prelaz sa srodnog studijskog programa na osnovne akademske studije Matematika. Posebna komisija razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem, prema Pravilniku o ostvarivanju studija na osnovnim i diplomskim akademskim studijama Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu.

Polaganjem svih ispita na osnovnim akademskim studijama student ostvaruje 180 ESP bodova i stiče stručni naziv "*matematičar*".

Ovaj studijski program omogućava veliku mobilnost studenata na srodne studijske programe u Srbiji i u svetu. Takođe, studentima se pruža mogućnost da sa ostvarenih još 60 ESP bodova sa master studija iz oblasti matematike (240 ukupno), steknu zvanje "*diplomirani matematičar*". Raspored predmeta na studijskom programu, po godinama, je sledeći:

R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Matematička logika i teorija skupova	I	7
2	Matematička analiza 1	I	8
3	Linearna algebra	I	8
4	Teorija brojeva i polinoma	I	7
5	Matematička analiza 2	II	8
6	Elementarna matematika 2	II	7
7	Uvod u algebarske strukture	II	8
8	Analitička geometrija	II	7
DRUGA GODINA			
9	Matematička analiza 3	III	8
10	Uvod u numeričku analizu	III	7
11	Geometrija	III	8
12	Izborni predmet 1	III	7
13	Matematička analiza 4	IV	8
14	Teorija mera i integrala	IV	7
15	Uvod u verovatnoću	IV	8
16	Izborni predmet 2	IV	7
TREĆA GODINA			
17	Matematička statistika	V	7
18	Uvod u kompleksnu analizu	V	8
19	Uvod u topologiju	V	8
20	Izborni predmet 3	V	7
21	Uvod u diferencijalne jednačine	VI	7.5
22	Funkcionalna analiza	VI	7.5
23	Izborni predmet 4	VI	5
24	Izborni predmet 5	VI	5
25	Izborni predmet 6	VI	5
Ukupno ESP bodova			180

Više informacija o samim predmetima, kako obaveznim, tako i izbornim, može se naći na sajtu Departmana za matematiku.

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet od ponuđena dva. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Fakultet je u obavezi da organizuje nastavu iz svakog izbornog predmeta, bez obzira na broj prijavljenih studenata. Spisak izbornih predmeta, na ovom studijskom programu, nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
12	Elementarna matematika 1	III	7
	Konačno dimenzionalni vektorski prostori		
Izborni predmet 2			
16	Elementarna geometrija	IV	7
	Metrički prostori i Riman-Stiltjesov integral		
Izborni predmet 3			
20	Finansijska matematika	V	7
	Uvod u programiranje		
Izborni predmet 4			
23	Pedagogija	VI	5
	Istorija i filozofija matematike		
Izborni predmet 5			
24	Psihologija	VI	5
	Engleski jezik		
Izborni predmet 6			
25	Programski paketi u nastavi matematike	VI	5
	Metodi nacrtne geometrije		

5.2 Master akademske studije

Studijski program *Master akademske studije Matematika* traje dve godine (četiri semestra). Broj ESP bodova, koji se ostvaruju po hađanjem nastave i polaganjem ispita na ovom studijskom programu je 120. Nastava se organizuje prema novom studijskom programu koji je akreditovan 2014. godine, kroz časove predavanja i vežbi. Predavanja izvode nastavnici Fakulteta, a vežbe nastavnici ili saradnici. Sam studijski program je zamišljen tako da omogući studentu da kroz obavezne i izborne predmete, sam kreira svoj obrazovni profil prema sopstvenim interesovanjima.

Svi predmeti su jednosemestralni. Student je u obavezi da položi 14 predmeta, kao i da uradi studijski istraživački rad, školsku, odnosno stručnu praksu i odbrani završni rad (master rad).

Studentu se daje mogućnost da 20 ESP bodova (u okviru kvote ESP bodova namenjenih izbornim predmetima) može ostvariti polaganjem predmeta sa bilo kog drugog studijskog programa master akademskih studija koje se realizuju na Prirodno-matematičkom fakultetu u Nišu. Jedino ograničenje je da se studentu ne dozvoljava izbor sličnih predmeta po sadržaju. Posebna komisija razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem.

Studijski istraživački rad predstavlja individualni rad studenta, pod nadzorom mentora za izradu master rada. Predviđeno je da mentor dostavi studentu materijal iz određene oblasti matematike (poglavlja u knjigama, naučne radove vezane za jednu temu). Student je dužan da izučiti dostavljeni materijal, i da sklopi sve dostavljene sadržaje u jednu celinu.

Master rad podrazumeva sistematizaciju znanja studenta u jednoj od oblasti matematike: algebra, diferencijalne jednačine, verovatnoća, matematička statistika, funkcionalna analiza, kompleksna analiza, matematička analiza, diferencijalna geometrija. Izradom i odbranom master rada student dokazuje da je u potpunosti usvojio principe

matematičkog razmišljanja i da je u stanju da prezentuje znanje iz matematike i njenih primena drugim licima, stručnim i nestručnim za matematiku.

Polaganjem svih ispita i odbranom master rada, student ostvaruje 120 ESP bodova i stiče stručni naziv "*master matematičar*".

Dozvoljen je prelaz sa srodnog studijskog programa na master akademske studije Matematika. Veće Departmana za matematiku razmatra i rešava zahteve studenata u vezi sa ovim pitanjem.

Na master akademskim studijama iz matematike, student se opredeljuje za jedan od tri modula:

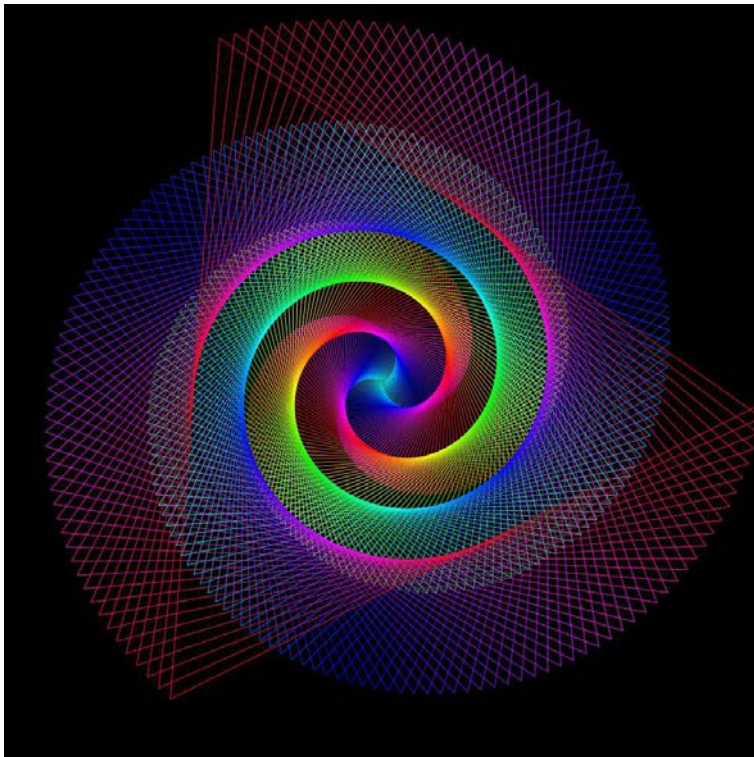
1. Opšta matematika,
2. Matematički modeli u fizici,
3. Verovatnoća, statistika i finansijska matematika.

U nastavku navodimo tabele sa obaveznim i izbornim predmetima za svaki od modula. Više informacija o samim predmetima, sadržajima, literaturi, nastavnicima i saradnicima na predmetima, mogu se naći na sajtu Departmana za matematiku.

5.2.1 Opšta matematika

Modul *Opšta matematika* je prirodni nastavak osnovnih akademskih studija Matematika. Studenti su u prilici da ovladaju logičkim načinom razmišljanja i zaključivanja i da steknu veliko (pred)znanje iz različitih oblasti matematike. Ovaj modul omogućava mobilnost studenata na srodne studijske programe u zemlji i inostranstvu. Studenti, po završetku studija na ovom modulu, rade, pre svega u osnovnim i srednjim školama, ali pronalaze svoje mesto u naučnim institutima, na fakultetima, u razvojnim i istraživačkim centrima.

Modul Opšta matematika predviđa 9 obaveznih i 5 izbornih predmeta. Od ukupno 120 ESP bodova, student ostvaruje 67.5 ESP bodova (ili 56.25%) u okviru obaveznih predmeta, 34.5 ESP bodova (28.25%) student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta, 6 ESP bodova student ostvaruje školskom praksom, 4 ESP boda studijskim istraživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada.



Raspored predmeta na studijskom programu:

R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Teorija verovatnoća	I	7.5
2	Diferencijalne jednačine i dinamički sistemi	I	7.5
3	Teorija operatora	I	7.5
4	Izborni predmet 1	I	7.5
5	Algebarske strukture	II	7.5
6	Diferencijalna geometrija	II	7.5
7	Parcijalne diferencijalne jednačine	II	7.5
8	Kompleksna analiza	II	7.5
DRUGA GODINA			
9	Neeuklidska geometrija	III	7.5
10	Algebarska topologija	III	7.5
11	Izborni predmet 2	III	7.5
12	Izborni predmet 3	III	7.5
13	Izborni predmet 4	IV	6
14	Izborni predmet 5	IV	6
15	Školska praksa	IV	6
16	Studijski istraživački rad	IV	4
17	Završni rad (Master rad)		8
Ukupno ESP bodova			120

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet od ponuđena dva. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
4	Osnovi Furijeove analize	I	7.5
	Teorija fiksne tačke i primene		
Izborni predmet 2			
11	Metodika nastave matematike	III	7.5
	Mera i integracija		
Izborni predmet 3			
12	Teorija skupova	III	7.5
	Banahove algebre i spektri		
Izborni predmet 4			
13	Stohastički procesi	IV	6
	Uopšteni inverzi		
Izborni predmet 5			
24	Mere nekompaktnosti i primene	IV	6
	Matematička logika		

5.2.2 Matematički modeli u fizici

Modul *Matematički modeli u fizici* je prirodni nastavak osnovnih akademskih studija Matematika. Studenti su u prilici da ovladaju odgovarajućim matematičkim metodama i modelima koji se primenjuju u raznim oblastima savremene fizike. Ovaj modul omogućava mobilnost studenata na srodne studijske programe u zemlji i inostranstvu. Studenti, po završetku studija na ovom modulu, rade u kompanijama, naučnim institutima, na fakultetima, razvojnim i istraživačkim centrima i u osnovnim i srednjim školama.

Modul Matematički modeli u fizici predviđa 8 obaveznih i 6 izbornih predmeta. Od ukupno 120 ESP bodova, student ostvaruje 60 ESP bodova (ili 50%) u okviru obaveznih predmeta, 42 ESP boda (35%) student ostvaruje polaganjem izbornih predmeta, 6 ESP bodova student ostvaruje stručnom praksom, 4 ESP boda ostvaruje studijskim is-

traživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada.

Raspored predmeta na studijskom programu:

R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Diferencijalne jednačine i dinamički sistemi	I	7.5
2	Teorija operatora	I	7.5
3	Osnovi Furijeove analize	I	7.5
4	Teorija verovatnoća	I	7.5
5	Parcijalne diferencijalne jednačine	II	7.5
6	Klasična teorijska fizika	II	7.5
7	Izborni predmet 1	II	7.5
8	Izborni predmet 2	II	7.5
DRUGA GODINA			
9	Kvantna mehanika	III	7.5
10	Neograničeni operatori matematičke fizike	III	7.5
11	Izborni predmet 3	III	7.5
12	Izborni predmet 4	III	7.5
13	Izborni predmet 5	IV	6
14	Izborni predmet 6	IV	6
15	Stručna praksa	IV	6
16	Studijski istraživački rad	IV	4
17	Završni rad (Master rad)		8
Ukupno ESP bodova			120

Na svakoj poziciji izbornog predmeta student bira jedan predmet od ponuđena dva. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
7	Teorija aproksimacija i kvadraturene formule	II	7.5
	Tenzorski račun		
Izborni predmet 2			
8	Diferencijalna geometrija	II	7.5
	Stohastički procesi		
Izborni predmet 3			
11	Integralne jednačine i specijalne funkcije	III	7.5
	Teorija grupa i primene		
Izborni predmet 4			
12	Numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina	III	7.5
	Algebre operatora u kvantnoj mehanici		
Izborni predmet 5			
13	Opšta teorija relativnosti	IV	6
	Matematički metodi nelinearne dinamike		
Izborni predmet 6			
14	Simetrija u fizici	IV	6
	Atomska i molekularna fizika		

5.2.3 Verovatnoća, statistika i finansijska matematika

Modul *Verovatnoća, statistika i finansijska matematika* je prirodni nastavak osnovnih akademskih studija Matematika. Ovaj modul je zasnovan na primeni stohastičkih i statističkih modela u ekonomiji (posebno u finansijama i osiguranju), medicini (posebno epidemiologiji i biomedicini), biologiji (populacionoj dinamici pre svega), u društvenim i tehničkim naukama. S obzirom na aktuelnost sadržaja koje pokriva, ovaj modul omogućava veliku mobilnost studenata na srodne studijske programe u zemlji i inostranstvu. Studenti, po završetku

studja na ovom modulu, rade u bankama, osiguravajućim društvima, institucijama za procenu i upravljanje rizikom, statističkim zavodima, velikim kompanijama u procesima odlučivanja i kontrole kvaliteta, naučnim institutima, fakultetima, razvojnim i istraživačkim centrima, kao i u obrazovanju.



Programom je predviđeno da studenti na ovom modulu pohađaju nastavu iz 6 obaveznih i 8 izbornih predmeta. Od ukupno 120 ESP bodova, student ostvaruje 45 ESP bodova (ili 37.5%) u okviru obaveznih predmeta, 57 ESP bodova (47.5%) polaganjem izbornih predmeta, 6 ESP bodova student ostvaruje stručnom praksom, 4 ESPB boda studijskim istraživačkim radom, i na kraju 8 ESP bodova student ostvaruje izradom i odbranom master rada.

Raspored predmeta na studijskom programu dat je u sledećoj tabeli:

R. br.	Naziv predmeta	S	ESPB
PRVA GODINA			
1	Teorija verovatnoća	I	7.5
2	Multivariaciona analiza	I	7.5
3	Statistički softver	I	7.5
4	Izborni predmet 1	I	7.5
5	Stohastički procesi	II	7.5
6	Vremenski nizovi	II	7.5
7	Aktuarska matematika	II	7.5
8	Izborni predmet 2	II	7.5
DRUGA GODINA			
9	Izborni predmet 3	III	7.5
10	Izborni predmet 4	III	7.5
11	Izborni predmet 5	III	7.5
12	Izborni predmet 6	III	7.5
13	Izborni predmet 7	IV	6
14	Izborni predmet 8	IV	6
15	Stručna praksa	IV	6
16	Studijski istraživački rad	IV	4
17	Završni rad (Master rad)		8
Ukupno ESPB bodova			120

Na svakoj poziciji izbornog predmeta, student bira jedan od ponuđena dva predmeta. Izborni predmeti na istoj poziciji imaju isti nedeljni fond časova i nose isti broj ESP bodova. Spisak izbornih predmeta na ovom modulu nalazi se u sledećoj tabeli:

	Naziv predmeta	S	ESPB
Izborni predmet 1			
4	Finansijska matematika	I	7.5
	Diferencijalne jednačine i dinamički sistemi		
Izborni predmet 2			
8	Parcijalne diferencijalne jednačine	II	7.5
	Teorija uzoraka i planiranje eksperimenata		
Izborni predmet 3			
9	Risovi prostori i primene u ekonomiji	III	7.5
	Metodika nastave matematike		
Izborni predmet 4			
10	Finansijsko modeliranje 1	III	7.5
	Teorija masovnog opsluživanja		
Izborni predmet 5			
11	Teorija operatora	III	7.5
	Teorija rizika		
Izborni predmet 6			
12	Teorija odlučivanja	III	7.5
	Regresiona analiza u finansijama		
Izborni predmet 7			
13	Stohastički dinamički sistemi	IV	6
	Finansijsko modeliranje 2		
Izborni predmet 8			
14	Statistička kontrola kvaliteta	IV	6
	Ekonometrija		

6

Rešeni zadaci sa prethodnih prijemnih ispita

ZADACI-JUN 2016.

1. Matematičkom indukcijom dokazati da za svaki prirodan broj n važi jednakost:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

2. Dat je aritmetički niz a_1, a_2, a_3, \dots . Zbir prva 3 člana na neparnim mestima je 3, a zbir prva 3 člana na parnim mestima je 12. Odrediti prvih šest članova ovog aritmetičkog niza.

3. Odrediti broj a tako da rešenja x_1 i x_2 kvadratne jednačine $4x^2 - 15x + a = 0$ zadovoljavaju uslov $x_1^2 = x_2$.

4. Rešiti nejednačinu $\frac{x^2 - 4x + 3}{x + 1} < 0$.

5. Rešiti jednačinu $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$.

6. Izračunati $(-3 + i\sqrt{3})^{10}$.
7. Rešiti jednačinu $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0$.
8. Osnovica jednakokrakog trougla iznosi 2. Težišne duži koje su povučene na krake, seku se pod pravim uglom. Odrediti površinu trougla.
9. Dužina dijagonale jednakokrakog trapeza je 12, a ugao između dijagonale i osnovice tog trapeza je 30° . Odrediti površinu tog trapeza.
10. Izračunati zapreminu pravilne četvorostране piramide, koja ima visinu 8 i čiji je dijagonalni presek površine 60.

Izrada zadatka traje 150 minuta.

Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENJA:

1. Ako je $n = 1$, onda tražena jednakost jeste $\frac{1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$, što je očigledno tačno.

Indukcijska pretpostvka jeste da je traženo tvrđenje tačno za neki prirodan broj n , tj. pretpostavimo da važi

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

Potrebno je dokazati tvrđenje za prirodan broj $n+1$, odnosno treba dokazati da važi

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}.$$

Na osnovu indukcijske pretpostavke sledi:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \\ &= \frac{n}{2n+1} + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \\ &= \frac{2n^2 + 3n + 1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{n+1}{2n+3}. \end{aligned}$$

Time je tvrđenje dokazano.

2. Neka je a_1 prvi član, a d neka je razlika tog aritmetičkog niza. Tada je, na osnovu uslova zadatka, ispunjeno:

$$a_1 + a_3 + a_5 = 3, \quad a_2 + a_4 + a_6 = 12.$$

Takođe je

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d, \quad a_5 = a_1 + 4d, \quad a_6 = a_1 + 5d.$$

Dolazimo do sistema linearnih jednačina

$$3a_1 + 6d = 3, \quad 3a_1 + 9d = 12,$$

odnosno

$$a_1 + 2d = 1, \quad a_1 + 3d = 4,$$

čija su rešenja

$$a_1 = -5, \quad d = 3.$$

Prvih šest članova ovog aritmetičkog niza jesu

$$a_1 = -5, \quad a_2 = -2, \quad a_3 = 1, \quad a_4 = 4, \quad a_5 = 7, \quad a_6 = 10.$$

3. Na osnovu Vijetovih formula, važe jednakosti:

$$x_1 + x_2 = \frac{15}{4}, \quad x_1 x_2 = \frac{a}{4}.$$

Ako tim uslovima pridružimo pretpostavku zadatka $x_1^2 = x_2$, tada je

$$4x_1^2 + 4x_1 - 15 = 0, \quad a = 4x_1^3.$$

Rešavanjem prve jednačine dolazimo do zaključka da može biti $x_1 = -\frac{5}{2}$, ili $x_1 = \frac{3}{2}$. Stoga postoje dve mogućnosti za a , i to: $a = -\frac{125}{2}$ ili $a = \frac{27}{2}$.

4. Kako je $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$, potrebno je rešiti nejednačinu

$$\frac{(x - 1)(x - 3)}{x + 1} < 0.$$

Znak svakog činioca posmatramo u odnosu na karakteristične tačke $-1, 1, 3$, i prikazujemo tabelarno:

		-1	1	3		
$x + 1$	-	0	+	+	+	+
$x - 1$	-	-	-	0	+	+
$x - 3$	-	-	-	-	-	0
$\frac{(x-1)(x-3)}{x+1}$	-	*	+	0	-	0

Sledi da je $\frac{(x-1)(x-3)}{x+1} < 0$ ako i samo ako je $x < -1$ ili $1 < x < 3$.

5. Data jednačina može biti zapisana u ekvivalentnom obliku:

$$\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1.$$

Kako je $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, poslednja jednačina je ekvivalentna jednačini

$$\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \cos x \sin \frac{\pi}{3} = 1,$$

ili

$$\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1.$$

Rešenje ove jednačine jeste

$$x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

odnosno

$$x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

6. Neka je $z = -3 + i\sqrt{3}$. Tada je $|z| = \sqrt{12}$. Argument φ kompleksnog broja z zadovoljava uslov $\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. Kako broj z pripada

drugom kvadrantu (realan deo broja z je pozitivan, a imaginaran deo broja z je negativan), sledi da je $\varphi = \frac{5}{6}\pi$. Stoga je

$$z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) = \sqrt{12} \left(\cos \frac{5}{6}\pi + i \sin \frac{5}{6}\pi \right).$$

Na osnovu Moavrove formule, važi

$$z^{10} = |z|^{10}(\cos 10\varphi + i \sin 10\varphi) = 12^5 \left(\cos \frac{25}{3}\pi + i \sin \frac{25}{3}\pi \right).$$

7. Polaznu jednačinu podelimo sa 9^x , i dobijamo jednačinu

$$6 \cdot \left(\frac{4}{9} \right)^x - 13 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^x + 6 = 0.$$

Smenom $t = \left(\frac{2}{3} \right)^x$ dolazimo do kvadratne jednačine

$$6t^2 - 13t + 6 = 0,$$

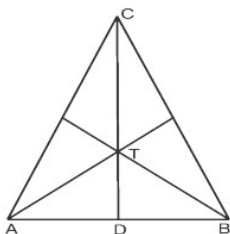
čija su rešenja $t = \frac{2}{3}$ i $t = \frac{3}{2}$. Ako je $\left(\frac{2}{3} \right)^x = \frac{2}{3}$, onda je jedno rešenje

$x = 1$. Ako je $\left(\frac{2}{3} \right)^x = \frac{3}{2}$, onda je drugo rešenje jednačine $x = -1$.

8. Neka je $\triangle ABC$ polazni jednakokraki trougao (videti Sliku 1.), tako da je AB osnovica tog trougla. Povucimo sve tri težišne duži trougla, koje se seku u težištu T . Neka je D sredina osnovice AB . Tada je AD istovremeno težišna duž i visina koja odgovara osnovici AB . Stoga je $AD = 1$. Trougao $\triangle ABT$ je jednakokraki, sa pravim uglom u tački T . Sledi da je trougao $\triangle ATD$ takođe jednakokraki sa

pravim uglom u tački D . Proizilazi da je $DT = AD = 1$. Poznato je da težište T deli svaku težišnu duž, pa i duž CD u odnosu $2 : 1$, posmatrano od C ka D . Dakle, $CT : TD = 2 : 1$. Sledi da je $CD = 3$. Na kraju, površina trougla $\triangle ABC$ jeste

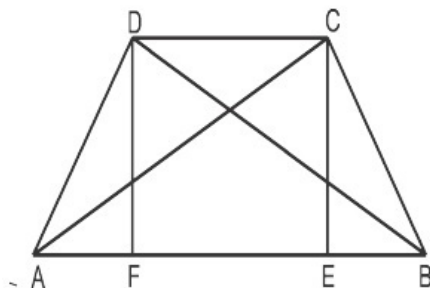
$$P = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = 3.$$



Slika 1.

9. Neka je $AB = a$ duža osnovica, a $CD = b$ kraća osnovica trapeza (videti Sliku 2). Neka su tačke E i F na osnovici AB , tako da su $CE = h$ i $DF = h$ visine trapeza. Kako je $EF = b$, sledi da je $EB = \frac{a-b}{2}$ i $AE = \frac{a+b}{2}$. Uočimo trougao $\triangle AEC$, koji kod temena E ima prav ugao, a kod temena A ima ugao od 30° . Tada je $CE = h = 6$, a na osnovu Pitagorine tereme sledi $AE = 6\sqrt{3}$. Proizilazi da je površina trapeza jednaka

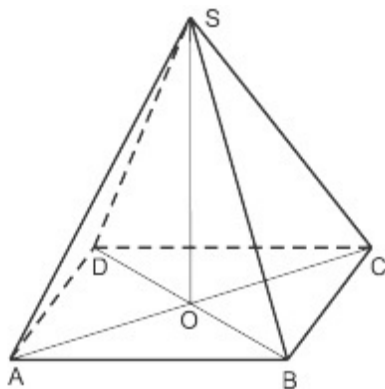
$$P = \frac{a+b}{2}h = 36\sqrt{3}.$$



Slika 2.

10. Neka je osnova piramide kvadrat $ABCD$, teme piramide neka je S , i neka je O presek dijagonala osnove (videti Sliku 3.). Tada je SO visina piramide, koja iznosi 8. Dijagonalni presek piramide jeste bilo koji od podudarnih trouglova $\triangle ACS$ i $\triangle BDS$. Visina OS ovih trouglova je 8, a površina je 60. Sledi da je $AC = BD = 15$. Kvadrat $ABCD$ ima dijagonalu 15, te je njegova stranica jednaka $\frac{15\sqrt{2}}{2}$. Na kraju, zapremina piramide je

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{225}{2} \cdot 8 = 300.$$



Slika 3.

ZADACI-JUN 2015.

1. Uprostiti izraz

$$\left[\frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2}} - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{3/2} - b^{3/2}} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot (ab)^{1/4},$$

gde je $a > 0, b > 0$ i $a \neq b$.

2. Za kompleksan broj $z = \frac{1}{a-ia}$ odrediti $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ i njegov trigonometrijski oblik ako je $a < 0$.

3. Odrediti a i b ako je pri deljenju polinoma $P(x) = x^5 + x^4 - x^3 + 2x^2 + ax + b$ polinomom $Q(x) = x^2 - x - 2$ ostatak jednak 7.

4. Odrediti vrednosti parametra $a \in R$ za koje kvadratna jednačina

$$4x^2 + 8ax - 12x + 1 = 0$$

ima korene jednake po apsolutnoj vrednosti.

5. Rešiti nejednačinu

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} \leq 2.$$

6. Rešiti nejednačinu

$$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 > \log_{4x}^2 2.$$

7. Rešiti jednačinu

$$\sin \frac{3x}{2} + \sin x = \frac{11}{4} \sin \frac{x}{2}.$$

8. Odrediti jednačinu kružnice čiji je prečnik duž AB , gde je $A = (2, -3)$, $B = (-1, 1)$, a zatim na pravoj $5x + y + 1 = 0$ naći tačke iz kojih se duž AB vidi pod pravim uglom.
9. Oko osnove kružnog valjka opisan je jednakokraki trapez površine 50cm^2 sa oštrim uglom od 30° . Izračunati površinu i zapreminu valjka ako je dužina njegove visine jednaka dužini kraka trapeza.
10. Tri broja čiji je zbir 7 obrazuju prva tri člana opadajuće geometrijske progresije. Ako se tim brojevima dodaju redom brojevi 1,3 i 4, dobijaju se prva tri člana aritmetičke progresije. Odrediti ove brojeve.

Izrada zadatka traje 150 minuta.

Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENJA:

1. Transformacijom izraza se dobija

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2}} - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{3/2} - b^{3/2}} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot (ab)^{1/4} \\
 &= \left[(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - \frac{a^{3/2} - b^{3/2}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right]^{-1} \cdot (ab)^{1/4} \\
 &= \left[a + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b - \frac{(a^{1/2} - b^{1/2})(a + a^{1/2}b^{1/2} + b)}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right]^{-1} \cdot (ab)^{1/4} \\
 &= (ab)^{-1/2} \cdot (ab)^{1/4} \\
 &= (ab)^{-1/4}.
 \end{aligned}$$

2. Kako je $z = \frac{1}{a-ia} \cdot \frac{a+ia}{a+ia} = \frac{1}{2a} + i\frac{1}{2a}$, sledi da je $Re z = \frac{1}{2a}$, $Im z = \frac{1}{2a}$, odakle je $r = \sqrt{\frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}|a|}$, $\varphi = \arctan 1$. Kako je $a < 0$, to je $\varphi = 5\pi/4$ (ili $\varphi = -3\pi/4$). Prema tome, $z = \frac{1}{\sqrt{2}|a|} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ (ili $z = \frac{1}{\sqrt{2}|a|} \left(\cos \frac{-3\pi}{4} + i \sin \frac{-3\pi}{4} \right)$).

3. I. Kako je $Q(x) = (x+1)(x-2)$ i $P(x) = Q(x)S(x) + 7$, gde je $S(x)$ odgovarajući polinom stepena 3, to je $P(-1) = 3 - a + b = 7$ i $P(2) = 48 + 2a + b = 7$. Iz sistema $-a + b = 4$, $2a + b = -41$ sledi $a = -15$, $b = -11$.

II. Deljenjem polinoma $P(x)$ polinomom $Q(x)$ dobija se polinom $S(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 9$ i ostatak $R(x) = (15 + a)x + 18 + b$. Kako je poznato da je ostatak jednak 7, iz identiteta $R(x) \equiv 7$, tj. $(15 + a)x + 18 + b \equiv 7$ sledi da mora biti $15 + a = 0$ i $18 + b = 7$, odakle je $a = -15$, $b = -11$.

4. Ako je $x_1 = x_2$, po Vijetovim formulama je

$$2x_1 = -\frac{8a - 12}{4}, \quad x_1^2 = \frac{1}{4}.$$

Iz druge jednačine je $x_1 = \pm\frac{1}{2}$, tako da je $a = 1$ i $a = 2$.

Ako je $x_1 = -x_2$, tada je $x_1 + x_2 = 0$ i $-x_1^2 = \frac{1}{4}$, što je nemoguće.

Prema tome, koreni su jednaki po apsolutnoj vrednosti za $a = 1$ ili $a = 2$.

5. Iz uslova $x + 1 \geq 0$ i $x - 3 \geq 0$ sledi da mora biti $x \geq 3$. Kako je

$$\sqrt{x+1} \leq 2 - \sqrt{x-3}, \quad x \geq 3, \quad (6.1)$$

i $\sqrt{x+1} \geq 0$, mora biti $2 - \sqrt{x-3} \geq 0$, odnosno $2 \geq \sqrt{x-3}$. Odavde je $4 \geq x - 3$, tj. $x \leq 7$. Kvadriranjem nejednačine (6.1) dobija se $4\sqrt{x-3} \leq 0$. Prema tome, nejednačina ima jedinstveno rešenje $x = 3$.

6. Nejednačina je definisana za $x > 0, x \neq 1, x \neq 1/2, x \neq 1/4$. U tom slučaju ona je ekvivalentna sa nejednačinom

$$\frac{1}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{1 + \log_2 x} > \frac{1}{(2 + \log_2 x)^2}.$$

Kako je desna strana pozitivna, to mora biti $\log_2 x > 0$ i $1 + \log_2 x > 0$, ili $\log_2 x < 0$ i $1 + \log_2 x < 0$, iz čega sledi da je $x > 1$ ili $0 < x < 1/2$. U tom slučaju data jednačina se transformiše u jednačinu

$$(2 + \log_2 x)^2 > \log_2 x \cdot (1 + \log_2 x),$$

tj. u jednačinu $3 \log_2 x > -4$, iz koje sledi da je $x > 2^{-\frac{4}{3}}$. Prema tome, $x \in (2^{-\frac{4}{3}}, 1/2) \cup (1, +\infty)$.

7. Kako je $\sin \frac{3x}{2} = \sin \left(x + \frac{x}{2}\right)$, primenom adicione formule i formula dvostrukog ugla data jednačina se transformiše u ekvivalentnu jednačinu

$$\sin \frac{x}{2} \cdot \left[4 \cos^2 \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} - \frac{15}{4} \right] = 0.$$

Ako je $\sin \frac{x}{2} = 0$, tada je $x = 2k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Ako je $4 \cos^2 \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} - \frac{15}{4} = 0$, smenom $t = \cos \frac{x}{2}$, pri čemu je $|t| \leq 1$, ova jednačina postaje $4t^2 + 2t - \frac{15}{4} = 0$, odakle je $t_1 = 3/4, t_2 = -5/4$. Iz zahteva $|t| \leq 1$ sledi da u obzir treba uzeti samo prvo rešenje. Prema tome, rešenja jednačine su $x = 2k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ i $x = \pm 2 \arccos \frac{3}{4} + 4k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

8. Centar kružnice $O = (x_0, y_0)$ je sredina duži AB , pa je $x_0 = 1/2, y_0 = -1$. Kako je $\overline{AB} = 5$, poluprečnik kružnice je $r = \sqrt{5}$, a njena jednačina

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{25}{4}.$$

Drugi deo zadatka se može rešiti na dva načina.

I. Kako je svaki periferni ugao nad prečnikom prav, tačka $M = (\alpha, \beta)$ iz koje se duž AB vidi pod pravim uglom, mora se nalaziti na kružnici i na pravoj $l : 5x + y + 1 = 0$, tj. u preseku prave l i kružnice. Zbog toga su njene koordinate rešenja sistema

$$\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + (\beta + 1)^2 = \frac{25}{4}, \quad 5\alpha + \beta + 1 = 0.$$

Eliminacijom β se dolazi do jednačine $26\alpha^2 - \alpha - 6 = 0$ koja ima rešenja $\alpha_1 = 1/2$ i $\alpha_2 = -6/13$. Kako je $\beta = -5\alpha - 1$, odnosno $\beta_1 = -7/2$ i $\beta_2 = 17/13$, tražene tačke su $M_1 = (1/2, -7/2)$ i $M_2 = (-6/13, 17/13)$.

II. Neka je l_1 prava određena tačkama A i M , a l_2 prava određena tačkama B i M . Koeficijenti pravaca ovih pravih su

$$k_1 = \frac{\beta + 3}{\alpha - 2}, \quad k_2 = \frac{\beta - 1}{\alpha + 1}.$$

Iz uslova normalnosti $k_1 \cdot k_2 = -1$ sledi $(\beta + 3)(\beta - 1) + (\alpha - 2)(\alpha + 1) = 0$. Kako je tačka M na pravoj l , to je $5\alpha + \beta + 1 = 0$. Iz ove dve jednačine se eliminacijom β dobija $26\alpha^2 - \alpha - 6 = 0$, što dovodi do rešenja kao u slučaju I.

9. Kako se radi o tangentnom trapezu dužina osnovica a i b i kraka c , to je $a + b = 2c$.

Ugao trapeza je 30° , odakle je visina trapeza $h = c \sin 30^\circ = c/2$. Prema tome, površina trapeza je

$$\frac{a + b}{2} h = \frac{c^2}{2} = 50.$$

Otuda je $c = 10$. Poluprečnik valjka je $r = h/2 = 5/2$, a njegova visina $H = c = 10$, tako da su površina i zapremina valjka

$$P = 2\pi r(r + H) = 125\pi/2 \text{ cm}^2, \quad V = \pi r^2 H = 125\pi/2 \text{ cm}^3.$$

10. Zadatak se može rešiti na više načina.

I. Neka su prva tri člana geometrijske progresije $q_1 = r, q_2 = rq, q_3 = rq^2$. Prva tri člana aritmetičke progresije su $a_1, a_2 = a_1 + d, a_3 = a_2 + d$. Kako je $a_1 = q_1 + 1 = r + 1, a_2 = q_2 + 3 = rq + 3, a_3 = q_3 + 4 = rq^2 + 4$ i $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$, to je

$$rq + 3 - r - 1 = rq^2 + 4 - rq - 3,$$

odnosno $r(q^2 - 2rq + 1) = 1$. Odavde i iz uslova $q_1 + q_2 + q_3 = r(1 + q + q^2) = 7$ eliminacijom r se dobija jednačina $6q^2 - 15q + 6 = 0$ koja ima

rešenja $q = 2$ i $q = 1/2$. Kako je geometrijska progresija opadajuća, u obzir se uzima samo drugo rešenje. Iz jednačine $r(1 + q + q^2) = 7$ sledi $r = 4$, pa je $q_1 = 4$, $q_2 = 2$, $q_3 = 1$.

II. Kao u I, $q_1 = r$, $q_2 = rq$, $q_3 = rq^2$ i $q_1 + q_2 + q_3 = r(1 + q + q^2) = 7$. Kako je $a_1 = a = q_1 + 1$, $a_2 = a + d = q_2 + 3$, $a_3 = a + 2d = q_3 + 4$, to je $3(a + d) = q_1 + q_2 + q_3 + 8 = 15$, tj. $a_2 = a + d = 5$. Sa druge strane, $a_2 = rq + 3 = 5$, pa se r i q određuju iz sistema

$$rq = 2, \quad r(1 + q + q^2) = 7.$$

Odavde je $2q^2 - 5q + 2 = 0$, tj. $q = 2$ i $q = 1/2$. Za drugo rešenje, za koje je geometrijska progresija opadajuća, je $r = 4$, a traženi brojevi su $q_1 = 4$, $q_2 = 2$, $q_3 = 1$.

ZADACI-JUN 2014.

1. Odrediti vrednost izraza

$$A = \frac{1 + (a+x)^{-1}}{1 - (a+x)^{-1}} \left[1 - \frac{1 - (a^2 + x^2)}{2ax} \right]$$

ako je $x = (a-1)^{-1}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$.

2. Neka je $z_n = \left(\frac{\sqrt{3+i}}{\sqrt{3-i}} \right)^n$, $n \in \mathbb{N}$. Odrediti:

(a) z_{2014} ;

(b) sve prirodne brojeve $n \in \mathbb{N}$ za koje je $z_n = 1$.

3. Ako je ostatak pri deljenju polinoma $P(x) = x^6 + x^5 - 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 + ax + b$ polinomom $Q(x) = x^2 - 4$ jednak 5, odrediti a i b .

4. Rešiti jednačinu

$$\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} = 1.$$

5. Odrediti parametar m tako da zbir kvadrata rešenja jednačine $x^2 - mx + m - 1 = 0$ bude minimalan.

6. Rešiti nejednačinu

$$\log_2(x^2 - x - 6) + \log_{0.5}(x^2 - 4x - 12) \leq 2.$$

7. Rešiti jednačinu

$$\cos 4x + 2 \cos^2 x = 1.$$

8. Data je prava (p) : $4x + 6y = 1990$ i parabola (P) : $y^2 = 4x$. Odrediti uzajamno normalne tangente parabole, od kojih je jedna paralelna datoj pravoj.

9. Prav valjak i kupa imaju zajedničku osnovu, a vrh kupe nalazi se u središtu druge osnove valjka. Odrediti ugao između izvodnice kupe i ose valjka, ako je odnos površine valjka i kupe 7:4.

10. Dat je niz brojeva $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_4 = 11$, $a_5 = 18$, ..., takav da razlike njegovih uzastopnih članova obrazuju aritmetički niz. Odrediti a_{500} .

Izrada zadatka traje 150 minuta.

Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENJA:

1.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1 + \frac{1}{a+x}}{1 - \frac{1}{a+x}} \cdot \left(\frac{2ax - 1 + a^2 + x^2}{2ax} \right) \\
 &= \frac{a+x+1}{a+x-1} \cdot \frac{(a+x)^2 - 1}{2ax} \\
 &= \frac{a+x+1}{a+x-1} \cdot \frac{(a+x-1)(a+x+1)}{2ax} \\
 &= \frac{(a+x+1)^2}{2ax}.
 \end{aligned}$$

Za $x = (a-1)^{-1}$, izraz postaje

$$A = \frac{\left(a + \frac{1}{a-1} + 1\right)^2}{\frac{2a}{a-1}} = \frac{(a(a-1) + 1 + (a-1))^2}{2a(a-1)} = \frac{a^3}{2(a-1)}.$$

2. (a) $z_n = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^n = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n = (e^{\frac{\pi i}{3}})^n \implies z_{2014} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i;$

(b) $z_n = 1 \iff 6 \mid n.$

3. Pošto je $P(x) = Q(x)S(x) + 5$, a $Q(x) = (x+2)(x-2)$, za $x = -2$, odnosno $x = 2$, dobijamo:

$$\begin{aligned}
 64 - 32 - 32 + 16 - 16 - 2a + b &= 5 \\
 64 + 32 - 32 - 16 - 16 + 2a + b &= 5.
 \end{aligned}$$

Stoga je $a = -8$ i $b = -11$.

4. Rešenja tražimo u intervalu $x \in [1, +\infty)$. Kako je

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{1 - 2\sqrt{x-1} + x - 1} + \sqrt{4 - 4\sqrt{x-1} + x - 1} = 1 \\
 \Leftrightarrow &\sqrt{(\sqrt{x-1} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1} - 2)^2} = 1,
 \end{aligned}$$

početna jednačina je ekvivalentna sledećoj jednačini;

$$|\sqrt{x-1}-1|+|\sqrt{x-1}-2|=1.$$

Kako je

$$|\sqrt{x-1}-1|=\begin{cases} \sqrt{x-1}-1, & x \geq 2 \\ 1-\sqrt{x-1}, & x < 2, \end{cases}$$

i

$$|\sqrt{x-1}-2|=\begin{cases} \sqrt{x-1}-2, & x \geq 5 \\ 2-\sqrt{x-1}, & x < 5, \end{cases}$$

to se jednačina rešava na tri intervala.

1) Za $1 \leq x < 2$,

$$\begin{aligned} 1-\sqrt{x-1}+2-\sqrt{x-1} &= 1 \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{x-1} &= 2 \\ \Leftrightarrow x-1 &= 1 \Rightarrow x=2. \end{aligned}$$

Kako $x=2$ ne pripada skupu $[1,2)$, jednačina u ovom slučaju nema rešenja.

2) Za $x \in [2,5)$,

$$\begin{aligned} \sqrt{x-1}-1+2-\sqrt{x-1} &= 1 \\ \Rightarrow 1 &= 1. \end{aligned}$$

Svako x intervala $[2,5)$ je rešenje jednačine.

3) Za $x \geq 5$,

$$\begin{aligned} \sqrt{x-1}-1+\sqrt{x-1}-2 &= 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x-1} &= 2 \\ \Leftrightarrow x &= 5. \end{aligned}$$

Rešenje jednačine je unija rešenja u sva tri slučaja, tj. $x \in [2,5]$.

5. Primenom Vijetovih formula iz date jednačine, imamo $x_1 + x_2 = m$ i $x_1 \cdot x_2 = m - 1$. Dakle,

$$f(m) = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = m^2 - 2m + 2.$$

Funkcija ima minimum u temenu parabole $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$, tj. za $m = 1$.

6. Nejednačina je definisana za $x^2 - x - 6 > 0$ i $x^2 - 4x - 12 > 0$, tj. za $x \in (-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$. Nejednačina je ekvivalentna sledećem izrazu:

$$\begin{aligned} \log_2(x^2 - x - 6) - \log_2(x^2 - 4x - 12) &\leq 2 \\ \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x - 12} &\leq 2 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x - 12} &\leq 2^2 \\ \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 5x + 14}{x^2 - 4x - 12} &\leq 0 \\ \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup [7, \infty). \end{aligned}$$

Iz uslova definisanosti logaritma sledi da je rešenje nejednačine $x \in (-\infty, -2) \cup [7, \infty)$.

7.

$$\begin{aligned} \cos 4x + 2 \cos^2 x = 1 &\Leftrightarrow 2 \cos^2 2x - 1 + 2 \frac{1 + \cos 2x}{2} = 1 \\ &\Leftrightarrow 2 \cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos 2x = -1 \quad \vee \quad \cos 2x = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow 2x = \pi + 2k\pi \quad \vee \quad 2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \vee \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

8. Uslov dodira prave $y = kx + n$ i parabole $(P) : y^2 = 2px$ je $p = 2kn$, u našem slučaju je to $1 = kn$. Dakle, za tangente $(t_1) : y = k_1x + n_1$, $(t_2) : y = k_2x + n_2$, važe uslovi $k_1n_1 = 1$ i $k_2n_2 = 1$.

Jednačina prave p se može predstaviti u obliku

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{995}{3}.$$

Ako je $t_1 \parallel p$, tada je $k_1 = -\frac{2}{3}$, dok se iz uslova $t_1 \perp t_2$ zaključuje da je $k_1k_2 = -1$, odnosno da je $k_2 = \frac{3}{2}$. Kako je $n_1 = \frac{1}{k_1} = -\frac{3}{2}$ i $n_2 = \frac{1}{k_2} = \frac{2}{3}$, jednačine tangenti su

$$(t_1) : y = -\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}, \quad (t_2) : y = \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}.$$

9. Neka je R poluprečnik osnove i H visina kupe i valjka. Tada je odnos površina

$$\frac{P_V}{P_K} = \frac{2R^2\pi + 2R\pi H}{R\pi\sqrt{R^2 + H^2} + R^2\pi} = \frac{7}{4}.$$

Sređivanjem, dobijamo

$$\begin{aligned} 8R^2 + 8RH &= 7R\sqrt{R^2 + H^2} + 7R^2 \\ R + 8H &= 7\sqrt{R^2 + H^2} \quad \nearrow^2 \\ R^2 + 16RH + 64H^2 &= 49(R^2 + H^2) \\ 48R^2 - 16RH - 15H^2 &= 0 / : H^2 \\ 48\left(\frac{R}{H}\right)^2 - 16\left(\frac{R}{H}\right) - 15 &= 0. \end{aligned}$$

Rešenja su: $\frac{R}{H} = \frac{3}{4}$ i $\frac{R}{H} = -\frac{5}{12}$. Kako je $\tan \alpha = \frac{R}{H} > 0$, to je $\alpha = \arctan \frac{3}{4}$.

10. Neka je aritmetički niz sa opštim članom b_n , $n \in \mathbb{N}$. Kako je $a_5 - a_4 = b_4 = 7$ i $b_4 = b_1 + 3d$, zaključujemo da je razlika uzastopnih članova aritmetičkog niza $d = 2$. Imamo da je:

$$a_2 - a_1 = 1 = b_1;$$

$$a_3 - a_2 = 3 = b_2;$$

$$a_4 - a_3 = 5 = b_3;$$

...

$$a_{500} - a_{499} = 2 \cdot 499 - 1 = 997 = b_{499}.$$

Sabiranjem levih i desnih strana jednakosti imamo

$$a_{500} - a_1 = 1 + 3 + 5 + \dots + 997 = 499^2.$$

Dakle, $a_{500} = 2 + 499^2 = 249003$.

ZADACI-JUN 2013.

1. Uprostiti izraz:

$$\left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b}.$$

2. Izračunati:

$$\frac{i^{2008} + i^{2009}}{(i - 1)(i^{2010} - 1)}$$

3. U jednačini $3x^2 - 3(m - 1)x + m^2 + 2 = 0$ odrediti vrednosti parametra m tako da koreni jednačine zadovoljavaju uslov

$$x_1^3 + x_2^3 = -2.$$

4. Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x + 8} + \sqrt{x + 5} = 7.$$

5. Rešiti jednačinu

$$12 \cdot 16^x - 25 \cdot 12^x + 12 \cdot 9^x = 0.$$

6. Rešiti jednačinu

$$\log_{3x} \left(\frac{3}{x} \right) + \log_3^2 x = 1$$

7. Rešiti jednačinu

$$\sin 2x + 2 \cos^2 x = 0.$$

8. Odrediti jednačinu kruga koji prolazi kroz tačke $A(3, 4)$ i $B(4, 5)$, a centar mu leži na krugu $x^2 + y^2 = 50$.

9. Kolika je površina pravilne četverostrane piramide čija je osnovna ivica $a = 6$ cm, a visina 1 cm kraća od visine bočne strane?

10. Ako je zbir drugog i trećeg člana geometrijskog niza jednak 6, a četvrti član je za 24 veći od drugog člana, izračunati prvi član niza i količnik niza.

Izrada zadatka traje 150 minuta.

Svaki tačno urađen zadatak nosi 6 poena.

REŠENJA:

1.

$$\begin{aligned}
 & \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b} = \frac{a\sqrt{ab} + ab - ab}{a + \sqrt{ab}} \cdot \frac{a - b}{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}} \\
 &= \frac{a\sqrt{ab}(a - b)}{(a + \sqrt{ab})(\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b})} = \frac{a\sqrt{a}\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})} \\
 &= \frac{a\sqrt[4]{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})} = \frac{a\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})}{(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})} \\
 &= a\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = a\sqrt[4]{ab} + a\sqrt{b}.
 \end{aligned}$$

2. Iz $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$ sledi da je $i^{2008} = (i^4)^{502} = 1$, $i^{2009} = i^{2008} \cdot i = i$ i $i^{2010} = i^{2008} \cdot i^2 = -1$, te je zato

$$\begin{aligned}
 \frac{i^{2008} + i^{2009}}{(i - 1)(i^{2010} - 1)} &= \frac{1 + i}{-2(i - 1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + i}{1 - i} \cdot \frac{1 + i}{1 + i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 + i)^2}{1 - i^2} = \\
 \frac{1 + 2i + i^2}{4} &= \frac{i}{2}.
 \end{aligned}$$

3. Kako je $x_1 + x_2 = m - 1$ i $x_1x_2 = \frac{m^2 + 2}{3}$ to imamo

$$\begin{aligned}
 -2 &= x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) \\
 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2) \\
 &= (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2] \\
 &= (m - 1)[(m - 1)^2 - (m^2 + 2)] = (m - 1)(-2m - 1)
 \end{aligned}$$

odnosno $2 = (m - 1)(2m + 1) = 2m^2 - m - 1$. Rešenja jednačine $2m^2 - m - 3 = 0$ su brojevi $m_1 = \frac{1 + \sqrt{25}}{4} = \frac{3}{2}$ i $m_2 = \frac{1 - \sqrt{25}}{4} = -1$, te su brojevi $\frac{3}{2}$ i -1 tražene vrednosti parametra m .

4. Rešenja date jednačine, ukoliko ih ima, moraju zadovoljavati uslove $2x + 8 \geq 0$ i $x + 5 \geq 0$, dakle moraju pripadati skupu $[-4, \infty)$. Dakle to su oni brojevi $x \in [-4, \infty)$ koji zadovoljavaju uslov

$$\sqrt{2x + 8} = 7 - \sqrt{x + 5}. \quad (6.2)$$

Broj $x \in [-4, \infty)$ zadovoljava jednačinu (6.2) ako i samo ako zadovoljava konjunkciju sledeća dva uslova

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} \leq 7, \\ 2x + 8 = (7 - \sqrt{x + 5})^2 \end{cases}$$

Dakle rešenja polazne jednačine su svi oni brojevi $x \in \mathbb{R}$ za koje važi

$$\begin{cases} -4 \leq x, \\ x \leq 44, \\ 46 - x = 14\sqrt{x + 5} \end{cases} \quad (6.3)$$

Kako uslov $x \leq 44$ povlači da je $46 - x \geq 0$, to je sistem uslova (6.3) ekvivalentan sa

$$\begin{cases} x \in [-4, 44], \\ (46 - x)^2 = 14^2(x + 5) \end{cases} \quad (6.4)$$

Imamo $(46 - x)^2 = 14^2(x + 5) \iff x^2 - 288x + 1136 = 0$, a rešenja poslednje jednačine su brojevi $144 + \sqrt{2^2 7^2 10^2} = 284$ i $144 - \sqrt{2^2 7^2 10^2} = 4$. Sada iz $284 \notin [-4, 44]$ i $4 \in [-4, 44]$, sledi da postoji jedinstveno rešenje polazne jednačine i to je broj 4.

5. Deljenjem obe strane date jednačine sa 3^{2x} dobijamo ekvivalentnu jednačinu

$$12 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 25 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + 12 = 0. \quad (6.5)$$

Vidimo da su rešenja polazne jednačine svi oni brojevi $x \in \mathbb{R}$ za koje je broj $\left(\frac{4}{3}\right)^x$ rešenje jednačine $12t^2 - 25t + 12 = 0$. Rešenja ove kvadratne jednačine su brojevi $\frac{25 + \sqrt{49}}{24} = \frac{4}{3}$ i $\frac{25 - \sqrt{49}}{24} = \frac{3}{4}$. Kako je $\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{4}{3} \iff x = 1$ i $\left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{3}{4} \iff x = -1$, to su rešenja polazne jednačine brojevi 1 i -1.

6. Rešenja date jednačine moraju zadovoljavati uslove $x \neq 0$, $3x > 0$, $3x \neq 1$, $\frac{3}{x} > 0$ i $x > 0$. Dakle rešenja ove jednačine su svi oni brojevi $x \in \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ za koje važi

$$\log_{3x} 3 - \log_{3x} x + \log_3^2 x = 1 \quad (6.6)$$

Kako je

$$\log_{3x} 3 - \log_{3x} x = \frac{1}{\log_3(3x)} - \frac{1}{\log_x(3x)} = \frac{1}{\log_3 3 + \log_3 x} - \frac{1}{\log_x 3 + \log_x x}$$

$= \frac{1}{1 + \log_3 x} - \frac{1}{\frac{1}{\log_3 x} + 1}$, to se smenom $s = \log_3 x$ jednačina (6.6) svodi

na jednačinu

$$\frac{1}{1 + s} - \frac{1}{\frac{1}{s} + 1} + s^2 = 1$$

koja je ekvivalentna sa

$$\frac{1 - s}{1 + s} + s^2 = 1 \quad (6.7)$$

Jednačinu (6.7) zadovoljavaju svi oni brojevi $s \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ za koje važi

$$(1 - s) = (1 + s)(1 - s^2) = (1 + s)^2(1 - s).$$

To su oni brojevi $s \neq -1$ za koje važi $1 - s = 0 \vee 1 = (1 + s)^2$. Dakle skup rešenja jednačine (6.7) je $\{1, 0, -2\}$. Otuda su rešenja polazne jednačine svi oni brojevi $x \in \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \infty\right)$ za koje važi $\log_3 x \in \{1, 0, -2\}$, pa je skup rešenja polazne jednačine skup $\{3^1, 3^0, 3^{-2}\} = \left\{3, 1, \frac{1}{9}\right\}$.

7. Uslov $0 = \sin 2x + 2 \cos^2 x = 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 2 \cos x(\sin x + \cos x)$ je ekvivalentan disjunkciji $\cos x = 0 \vee \sin x = -\cos x$, a ona sa $\cos x = 0 \vee (\cos x \neq 0 \wedge \sin x = -\cos x)$.

Skup rešenja jednačine $\cos x = 0$ je skup $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Uslov $\cos x \neq 0 \wedge \sin x = -\cos x$ je ekvivalentan sa

$$x \notin \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \wedge \operatorname{tg} x = -1 \text{ tj. sa } x \in \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

Zaključujemo da je skup rešenja polazne jednačine skup

$$\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

8. Neka je \mathcal{K} proizvoljan krug, tačka $C(p, q)$ njegov centar i broj r njegov poluprečnik.

Uslov $A, B \in \mathcal{K}$ je ekvivalentan konjunkciji uslova

$$C \in s \quad \text{i} \quad r^2 = (3 - p)^2 + (4 - q)^2,$$

gde smo sa s označili simetralu duži AB . Koeficijent pravca prave AB je broj $k_{AB} = \frac{5 - 4}{4 - 3} = 1$, pa kako je prava s normalna na pravu

AB , zaključujemo da je koeficijent pravca prave s broj $k_s = -\frac{1}{k_{AB}} =$

-1 . Prava s sadrži središte duži AB čije su koordinate $\left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right)$, te je

$y - \frac{9}{2} = -\left(x - \frac{7}{2}\right)$, odnosno $y = -x + 8$, jednačina prave s . Dakle

$$A, B \in \mathcal{K} \iff \left(q = -p + 8 \quad \text{i} \quad r^2 = (3 - p)^2 + (4 - q)^2 \right).$$

Tačka C pripada krugu čija je jednačina $x^2 + y^2 = 50$ ako i samo ako važi $p^2 + q^2 = 50$.

Iz prethodnog vidimo da je krug \mathcal{K} kakav se traži ako i samo ako je uređeni par (p, q) koordinata njegovog centra rešenje sistema jednačina

$$\begin{cases} q = -p + 8, \\ p^2 + q^2 = 50 \end{cases} \quad (6.8)$$

pri čemu istovremeno za njegov poluprečnik važi $r^2 = (3 - p)^2 + (4 - q)^2$.

Sistem (6.8) je ekvivalentan sistemu

$$\begin{cases} q = -p + 8, \\ p^2 + (8 - p)^2 = 50 \end{cases}$$

Kako je $p^2 + (8 - p)^2 = 50 \Leftrightarrow p^2 - 8p + 7 = 0 \Leftrightarrow p \in \{7, 1\}$, to su sva rešenja tog sistema uređeni parovi $(7, 8 - 7) = (7, 1)$ i $(1, 8 - 1) = (1, 7)$. Ako je $(p, q) = (7, 1)$ onda je $r^2 = (3 - 7)^2 + (4 - 1)^2 = 25$. Ako je $(p, q) = (1, 7)$ onda je $r^2 = (3 - 1)^2 + (4 - 7)^2 = 13$.

Zbog toga postoje tačno dva kruga koja zadovoljavaju sve uslove zadatka, i to su dakle krugovi čije su jednačine $(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = 25$ i $(x - 1)^2 + (y - 7)^2 = 13$.

9. Kolika je površina pravilne četverostrane piramide čija je osnovna ivica $a = 6$ cm, a visina 1 cm kraća od visine bočne strane?

10. Ako je x prvi član, a q količnik proizvoljnog geometrijskog niza, onda su prvi, drugi, treći i četvrti član tog niza brojevi x , xq , xq^2 i xq^3 , tim redom, pa niz zadovoljava uslove zadatka ako i samo ako je par (x, q) rešenje sistema jednačina

$$\begin{cases} xq + xq^2 = 6, \\ xq^3 - xq = 24 \end{cases} \quad (6.9)$$

Iz $xq^3 - xq = xq(q + 1)(q - 1)$ i $xq + xq^2 = xq(1 + q)$ imamo da je ovaj sistem ekvivalentan sistemu

$$\begin{cases} xq(1 + q) = 6, \\ 6(q - 1) = 24 \end{cases}$$

Iz druge jednačine ovog sistema dobijamo da je $q = 5$, a onda iz prve i da je $x = \frac{1}{5}$. Zaključujemo da sistem (6.9) ima tačno jedno rešenje i to je par $(x, q) = \left(\frac{1}{5}, 5\right)$.

7

Često postavljana pitanja

Pitanje: Da li je prijemni ispit težak?

Odgovor: Teško je iskreno i nepristrasno odgovoriti na to pitanje. Prijemni ispit je zamišljen s jedne strane kao finalna provera kojom Departman za matematiku obavlja selekciju prijavljenih kandidata, a sa druge strane i sami kandidati dobijaju pravu povratnu informaciju o svom znanju matematike. Onima koji kroz srednju školu nisu imali problema sa matematikom prijemni ispit ne bi trebalo da predstavlja problem. Ali testirajte svoje znanje. U prethodnoj glavi su zadaci sa prijemnih ispita pa organizujte sebi proveru! Ili dođite na probni prijemni koji se organizuje u sklopu pripreme nastave i sami se uverite u težinu zadataka.

Pitanje: Šta mi je potrebno od opreme?

Odgovor: Poželjno je imati računar i pristup internetu, jer ćete na taj način moći da pratite sve vezano za proces nastave (obaveštenja predmetnih nastavnika, domaće zadatke, seminarske radove,...) kao i da nalazite sadržaje koji bi mogli da unaprede proces spremanja ispita.

Pitanje: Da li je moguće istovremeno studirati i raditi?

Odgovor: Moguće jeste, ali imajte u vidu da kao studenti imate obavezu da prisustvujete nastavi i izvršavate svoje predispitne obaveze, tako da je teško uskladiti i jedno i drugo. Ukoliko imate materijalnih poteškoća, postoje razne studentske stipendije i krediti (Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja, Republička fondacija za mlade talente, lokalna samouprava, neka preduzeća itd.) za koje možete da konkurišete, a uspeh na konkursu zavisi samo od vas i vasesg učenja. Takođe, stanovanje u studentskom domu i korišćenje studentske kantine ublažava udarce na kućni budžet. Budite u toku sa podnošenjem dokumentacija za stipendije, kredite, studentski dom i kantu.

Pitanje: Kako odabrati izborni predmet sa spiska ponuđenih?

Odgovor: Izborni predmeti se pojavljuju tek na drugoj godini, a dotad ćete već malo bolje upoznati razne oblasti matematike. Uvek možete pitati za misljenje i starije kolege, mada je najbolje rešenje pogledati sadržaj predmeta na sajtu i pitati predmetnog nastavnika o samom predmetu.

Pitanje: Šta ako varam na ispitu?

Odgovor: Pre svega budite svesni da time činite ozbiljan prestup, i da ćete, ako budete otkriveni, biti i adekvatno kažnjeni (vise o samim kaznama može se naći u Statutu fakulteta). Sa druge strane, čak iako slučajno ne budete otkriveni odmah, to što niste naučili u okviru predviđenog gradiva će vas sigurno sačekati na nekom drugom ispitu, imajući u vidu složenu strukturu matematike. Uostalom, ni sami studenti ne vole kada se muče da radom i zalaganjem steknu znanje i polože ispit, dok neko na nepošten način dolazi do ocena i na taj način obešmišljava koncept studiranja kao sticanja znanja zarad opšteg dobra.

Pitanje: Šta ukoliko zakasnim sa prijavom ispita?

Odgovor: Ispite je moguće prijaviti i ukoliko je rok za prijavu prošao, samo što ćete u tom slučaju morati pored prijave ispita da platite i

odgovarajuću kaznu.

Pitanje: Da li je moguće da neki semestar odslušam na nekom drugom univerzitetu, možda u inostranstvu?

Odgovor: Naravno. Jedna od prednosti bolonjskog procesa je i mobilnost predavača i studenata, u smislu da je moguće iskoristiti neki od brojnih projekata za razmenu studenata (u delu 2.1 su navedeni programi i univerziteti sa kojima saraduje Prirodno-matematički fakultet u Nišu).

Pitanje: Kako se određuje visina školarine za obnovu godine?

Odgovor: Na osnovu prijavljenih predmeta. Svaki prijavljen predmet za određenu školsku godinu nosi određeni broj ESP bodova, a svake godine se utvrđuje cena jednog boda. U zavisnosti od broja predmeta koje prenesete u sledeću godinu određuje se visina školarine.

Pitanje: Može li se ispit polagati pre no što ga odslušam?

Odgovor: Ne može. U Statutu fakulteta iz 2013, član 61, stav 1, stoji: Student polaže ispit neposredno po okončanju nastave iz tog predmeta, a najkasnije do početka nastave tog predmeta u narednoj školskoj godini.

Pitanje: Koliko puta imam pravo da izađem na jedan ispit?

Odgovor: Na ispit možete izlaziti sve do početka nastave tog predmeta u narednoj školskoj godini. Broj izlazaka zavisi od broja ispitnih rokova u tom periodu.

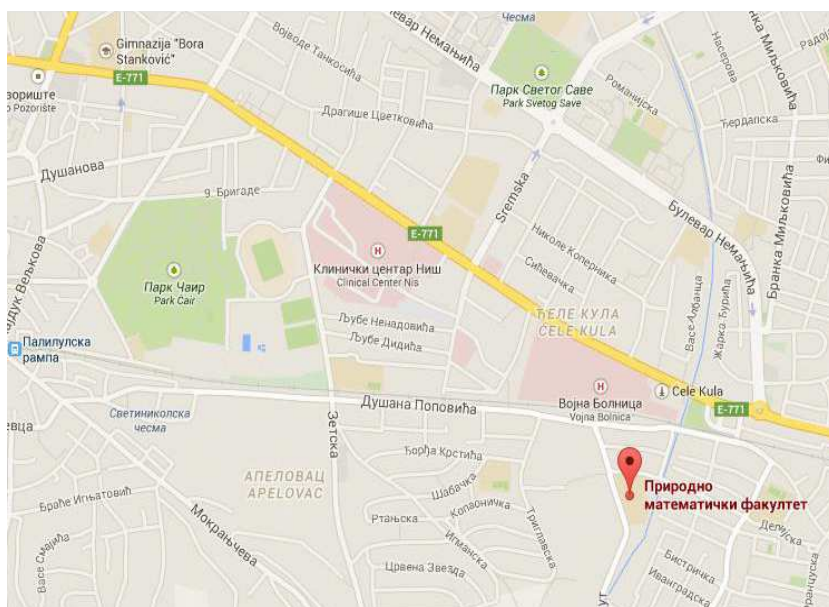
Pitanje: Može li se studirati ubrzano?

Odgovor: Može. Ukoliko u jednoj školskoj godini odaberete da slušate i polažete više predmeta od predviđenih brže ćete doći do ukupnog potrebnog broja ESP bodova za završetak nivoa studija na kome se nalazite.

Pitanje: Kakva prava imaju studenti sa posebnim potrebama (invaliditetom)?

Odgovor: Student sa invaliditetom ima pravo da polaže ispit na način prilagođen njegovim mogućnostima i potrebama, a u skladu sa posebnim pravilnikom.

Ako imate još neko pitanje posetite nas!



Ili nas kontaktirajte putem e-maila pmfinfo@pmf.ni.ac.rs, a mi ćemo se potruditi da damo odgovore na sva vaša pitanja. Dosta korisnih informacija možete naći i na sajtu Fakulteta, uključujući i informacije o pripremnoj nastavi, konkursu za upis, prijemnom ispitu.

Više informacija o samom Departmanu za matematiku, ali i o aktivnostima nastavnika i saradnika, kao i studenata departmana, možete pronaći i na Facebook stranici departmana.

Izdavač: Univerzitet u Nišu, Prirodno-matematički fakultet, Niš

Priredivači: dr Marija Krstić, dr Milan Zlatanović, dr Nebojša Dinčić, dr Jelena Milošević

Obrada na računaru: priredivači

Dizajn korica: Bratislav Radovanović

Štampa: Unigraf X copy

Tiraž: 100

CIP - Katalogizacija u publikaciji -
Narodna biblioteka Srbije, Beograd

378.6:51(497.11)"2017"(036)


INFORMATOR Departmana za
matematiku / [priredivači Marija Krstić ...
[at al.]]. - Niš : Prirodno-matematički fakultet,,
2017 (Niš : Unigraf X copy). - 76 str. : ilustr. ;
25 cm

Na vrhu nasl.: Univerzitet u Nišu. - Tiraž 100.

ISBN 978-86-6275-048-8

а) Природно-математички факултет (Ниш).
Департман за математику - 2017
COBISS.SR-ID 231352076

Zabranjeno je reprodukovanje, distribucija, prerada ili druga upotreba ovog autorskog dela ili njegovih delova, uključujući fotokopiranje, štampanje ili čuvanje u elektronskom obliku, bez pisane dozvole izdavača. Navedene radnje predstavljaju kršenje autorskih prava.



ISBN: 978-86-6275-048-8