

22. 1. 2024.

01. 132

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Образац 10

ИЗВЕШТАЈ О НАУЧНОЈ ЗАСНОВАНОСТИ ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме, име једног
родитеља и име Марковић (Славимир) Милица
Датум и место рођења 06.10.1994. Ниш

Основне студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно-математички факултет
Студијски програм Математика
Звање Математичар
Година уписа 2013.
Година завршетка 2016.
Просечна оцена 10.00 (десет)

Магистарске студије, специјалистичке студије, мастер студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно-математички факултет
Студијски програм Математика
Звање Мастер математичар
Година уписа 2016.
Година завршетка 2018.
Просечна оцена 10.00 (десет)
Научна област Математичке науке
Наслов завршног рада Глобална динамика СИР епидемиолошког модела са медицинским третманом

Докторске студије

Универзитет Универзитет у Нишу
Факултет Природно-математички факултет
Студијски програм Математика
Година уписа 2018.
Остварен број ЕСПБ бодова 150
Просечна оцена 10.00 (десет)

ПРИКАЗ НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КАНДИДАТА

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
	Milunović Milica, Krstić Marija, <i>Long time behavior of an two diffusion stochastic SIR epidemic model with nonlinear incidence and treatment</i> , Filomat, 2022, 36(8), pp. 2829-2846.	
1	У раду је, пертурбацијом стопа заражавања и лечења Гаусовим белим шумом из постојећег детерминистичког модела, формулисан стохастички модел. Како добијени систем описује величине популација подложних, заражених и опорављених од неке болести, доказује се да	M22

има позитивно и глобално решење. Затим се одређују услови за параметре система под којима постоји стационарна расподела, што са практичне стране значи опстанак болести у популацији, као и услови под којима долази до искорењивања болести. Теоријски резултати су илустровани нумеричким симулацијама помоћу реалних података о ширењу колере на Хаитију и грипа А Х1Н1 у Кини, који су потврдили да овако формиран модел има практични значај.

Рад припада научној области докторске дисертације ДА НЕ ДЕЛИМИЧНО

Marković Milica, Krstić Marija, *On a stochastic generalized delayed SIR model with vaccination and treatment*, *Nonlinearity*, 2023, 36(12), pp. 7007-7024.

У раду се разматра стохастички СИР епидемиолошки модел добијен из одговарајућег детерминистичког пертурбовањем стопе заражавања Гаусовим белим шумом. За овај модел се, с обзиром на природу проблема који описује, доказује постојање глобалног позитивног решења, а затим се разматрају услови под којима болест опстаје у популацији. Формирани стохастички модел наслеђује еквилибријум без болести од одговарајућег детерминистичког, тако да се, одређивањем услова за параметре система под којима је еквилибријум стабилан у вероватноћи, долази и до услова под којима се болест искорењује из популације. Нумеричким симулацијама, помоћу података о ширењу еболе у Сијера Леоне и Конгу, се потврђује оправданост формирања оваквог модела.

2 ДА НЕ ДЕЛИМИЧНО M21

Рад припада научној области докторске дисертације ДА НЕ ДЕЛИМИЧНО

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА КАНДИДАТА ЗА ПОДНОШЕЊЕ ЗАХТЕВА ЗА ОДОБРАВАЊЕ ТЕМЕ

Кандидаткиња испуњава услове предвиђене Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета да поднесе захтев за одобравање теме докторске дисертације ДА НЕ

Кандидаткиња је објавила два научна рада који ће се наћи у докторској дисертацији.

Први рад је коауторски рад, објављен у међународном часопису категорије M22 који издаје Природноматематички факултет Универзитета у Нишу, у коме је кандидаткиња првопотписани аутор.

Други рад је коауторски рад, објављен у међународном часопису категорије M21, у коме је кандидаткиња првопотписани аутор.

На овај начин, кандидаткиња је испунила услове за подношење захтева за одобравање теме докторске дисертације.

ИСПУЊЕНОСТ УСЛОВА МЕНТОРА

Име и презиме, звање Марија Крстић, ванредни професор

Ужа научна област за коју је изабран у Математика
звање

Датум избора 15.03.2019. год.

Установа у којој је запослен Природно-математички факултет у Нишу

Е-пошта marija.krstic@pmf.edu.rs, maria.math@gmail.com

Најзначајнији радови ментора из научне области којој припада тема докторске дисертације

Р. бр.	Аутор-и, наслов, часопис, година, број волумена, странице	Категорија
1	Jovanović Miljana, Krstić Marija, <i>The influence of time-dependent delay on behavior of stochastic population model with the Allee effect</i> , <i>Applied Mathematical Modelling</i> , 2015, 39, pp. 733–746.	M21
2	Jovanović Miljana, Krstić Marija, <i>Extinction in Stochastic Predator-Prey Population Model with Allee Effect on Prey</i> , <i>Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B</i> , 2017, 22(7), pp. 2651–2667.	M21
3	Krstić Marija, <i>On Stability of Stochastic Delay Model for Tumor-Immune Interaction</i> , <i>Filomat</i> , 2018, 32(4), pp. 1273-1283.	M21
4	Milunović Milica, Krstić Marija, <i>Long time behavior of an two diffusion stochastic sir epidemic</i>	M22

model with nonlinear incidence and treatment, Filomat, 2022, 36(8), pp. 2829-2846.

5 Marković Milica, Krstić Marija, *On a stochastic generalized delayed SIR model with vaccination and treatment*, Nonlinearity, 2023, 36(12), pp. 7007-7024.

M21

Менторства у последње три године			
Р. бр.	Име и презиме докторанда, тема докторске дисертације, факултет/универзитет	Датум именов.	Датум одбране
1.	Вук Вујовић, Динамика неких стохастичких модела ширења болести, Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу	18.04.2022.	03.10.2023.

Ментор испуњава услове предвиђене Законом о високом образовању, Статутом Универзитета и Статутом Факултета **ДА НЕ**

Др Марија Крстић, ванредни професор Природно-математичког факултета, Универзитета у Нишу, задовољава све потребне услове за менторство при изради ове докторске дисертације.

ОБРАЗЛОЖЕЊЕ ТЕМЕ

На српском језику:

Динамичка својства неких стохастичких популационих и епидемиолошких

Предлог наслова теме

докторске дисертације **модела**

На енглеском језику:

Dynamical properties of some stochastic population and epidemiological models

Научно поље

Природно-математичке науке

Научна област

Математичке науке

Ужа научна област

Математика

Научна дисциплина

Стохастичка анализа

1. Предмет научног истраживања

Последњих деценија у математичкој литератури се може наћи велики број научних радова који се баве проучавањем популационих и епидемиолошких модела описаних помоћу система диференцијалних једначина. Како је случајни утицај средине неизоставни фактор за реално описивање динамике популације, али и ширења болести, стохастичке диференцијалне једначине (СДЈ) налазе велику примену у популационој динамици и епидемиологији, што представља предмет научног истраживања ове дисертације. Разматрани модели су описани различитим типовима СДЈ, у зависности од тога на који начин је утицај средине укључен у њих.

Настанак, ширење болести, као и њено искорењивање, је увек актуелна тема која омогућава да се предвиђањем развоја одређене болести, развију стратегије за њену контролу и сузбијање. Први математички модел којим је описано ширење малих богиња је рад данско-швајцарског физичара Bernoullija из 1766. Од тада, ово је једна од најпопуларнијих истраживаних тема у области примењене математике за велики број научника. Међу њима се издвајају McKendrick и Kermack, који су 1927. године конструисали једноставан детерминистички модел који описује понашање већине регистрованих болести, такозвани СИР епидемиолошки модел. У моделу је укупна популација подељена у три класе: јединке подложне болести (susceptible), заражене јединке (infected) и опорављене јединке (recovered). Поред ових, у модел могу да се укључе и јединке изложене болести (exposed), вакцинисане (vaccinated) или јединке које су у карантину (quarantined). У епидемиолошким моделима, стопа заражавања, као и стопа лечења, играју важну улогу приликом проучавања преношења болести. Ширење болести зависи од природе саме болести, али и од начина преношења са заражених на подложне (ваздухом, пљувачком, телесним течностима, итд.), па се одговарајућим избором функције заражавања ови модели прилагођавају конкретним болестима. У дисертацији се разматрају стопе заражавања описане функцијом засићења (saturated function) или Beddington-DeAngelis функцијом. Две основне мере јавног здравља за контролу и сузбијање болести су лечење и вакцинација. Како су медицински ресурси за лечење, као и саме вакцине, ограничени, кроз дисертацију се разматра њихова улога у сузбијању ширења болести.

Предатор-плен и компетициони модели су веома важни у популационој динамици, јер су интеракције међу популацијама један од најзначајнијих узрока промене у бројности врста. Италијански математичар Volterra је 1926. године помоћу диференцијалних једначина описао повећање броја једне врсте риба (предатора) уз смањење бројности друге врсте риба (плена) у Јадранском мору током Првог светског рата. У исто време у

Сједињеним Америчким Државама исте једначине је независно извео Lotka да би њима описао однос биљних врста и биљоједа. Lotka-Volterra модел је најједноставнији модел који описује интеракције између популација предатора и плења. За конкурентни модел су добијене сличне једначине као и за предатор-плен, при чему се у једначинама за сваку врсту налазе и чланови који описују интеракцију међу јединкама исте, као и за интеракцију са јединкама друге врсте. Једна од специфичних примена предатор-плен и конкурентних модела јесте за описивање интеракције између туморских ћелија или вируса и ћелија имунолошког система. У дисертацији се, поред предатор-плен односа у екосистему, разматрају и интеракције вируса КОВИД 19 и хепатитиса Ц са ћелијама имунолошког система.

Стохастички модели, разматрани у дисертацији, су добијени увођењем случајности у постојеће детерминистичке моделе, и за тако добијене моделе се одређују услови за параметре система који обезбеђују опстанак популације у свом окружењу, као и услови за параметре система под којима долази до истребљења популације, односно искорењивања болести. Постоји више начина за увођење случајности у детерминистички модел. Један је пертурбовање неког од параметара детерминистичког модела Gauss-овим белим шумом. С обзиром на случајну природу контаката међу јединкама неке популације, у епидемиолошким моделима се најчешће пертурбује стопа заражавања. У дисертацији су на овај начин добијени стохастички СИР епидемиолошки модели у које су укључене и већ поменуте мере јавног здравља, као што су лечење и вакцинација. Други начин је увођење претпоставке да неки од параметара детерминистичког модела представља један од средње-повратних (mean-reverting) стохастичких процеса, што се у литератури показало као бољи и биолошки оправданији приступ од првог. У литератури се у ове сврхе најчешће користи Ornstein-Uhlenbeck (ОУ) процес. Основни недостатак коришћења ОУ процеса јесте то што овај процес, у општем случају, не може увек обезбедити ненегативност параметара који се пертурбују, а који због своје биолошке интерпретације морају бити ненегативни. Овај недостатак се у дисертацији превазилази тиме што се уместо ОУ процесом параметри пертурбују Black-Karasinski (БК) или Cox-Ingersoll-Ross (ЦИР) процесом. Имајући у виду да на популације утичу и неки сезонски фактори, динамика популације или преношења вируса је одраз стања у коме се популација налази. Овакав тип случајности се у литератури најчешће описује помоћу обојеног или телеграфског шума. У дисертацији је у моделу интеракције вируса КОВИД 19 и ћелија имуног система, као и у СИР моделу са лечењем, уведен непрекидни ланац Маркова са коначним бројем стања да би описао овај тип случајности. Такође, неке промене у животној средини, као што су природне катастрофе, могу да изазову нарушавање непрекидности решења математичког модела. Овај недостатак се превазилази увођењем скоковитих (jump) процеса у СДЈ, којима се ти модели описују. У дисертацији је то учињено помоћу процеса Lévy-ја у моделу интеракције вируса хепатитиса Ц са ћелијама имунолошког система.

2. Усклађеност проблематике са коришћеном литературом *(до 200 речи)*

Мотивација за истраживања садржана у овој дисертацији је проистекла из опсежне литературе, која садржи велики број научних радова и уџбеника, посвећених стохастичким диференцијалним једначинама и њиховим применама, пре свега у епидемиологији, медицини и популационој динамици. Према томе, проблематика овог истраживања је усклађена са коришћеном литературом.

3. Циљеви научног истраживања *(до 500 речи)*

Основни циљ научног истраживања докторске тезе је остваривање доприноса у области стохастичког моделирања динамике неких популација, као и ширења неких болести. Наиме, појава нових епидемија, попут епидемије КОВИД 19, али и потребе за заштитом угрожених и сузбијањем ширења инвазивних врста у екосистемима, захтевају конструкцију одговарајућих математичких модела. Такви модели омогућавају предвиђање динамике епидемија на основу којих се конструишу одговарајуће стратегије за њихову контролу и сузбијање, као и предвиђање раста и интеракције угрожених и инвазивних врста са осталима да би се обезбедио њихов контролисани опстанак у екосистему. С обзиром на то да параметри ових модела могу варирати током времена на случајан начин, под утицајем великог броја непредвидивих фактора из окружења, стохастички модели дају реалнију слику стварности у односу на већ постојеће детерминистичке. У том смислу, основни циљ научног истраживања у дисертацији јесте унапређење већ постојећих и конструкција нових стохастичких популационих и епидемиолошких модела, чиме би се добили модели који боље описују реалне сложене биолошке појаве. Разматрањем динамичких својстава тако добијених стохастичких модела би се добили резултати који би имали примену у контроли, сузбијању и превенцији болести, као и у очувању угрожених и сузбијању ширења инвазивних врста, чије неконтролисано размножавање може да има катастрофалне последице по екосистем. Како су интеракције међу различитим врстама, као и интеракције међу јединкама исте врсте, главни узрок промене бројности популација, посебна

пажња се посвећује предатор-плен и компетиционим моделима. Овакве интеракције су такође од значаја када се говори о сузбијању неких болести (рак, хепатитис, Ковид 19, између осталих) помоћу ћелија имунолошког система. Доказивањем егзистенције и јединствености глобалног позитивног решења за сваки од ових модела се показује да су модели добро постављени.

Такође, циљ научног истраживања ове докторске тезе јесте добијање резултата који би имали и практични значај. У том смислу, у неким моделима се користе уопштене функције, да би се, избором неке конкретне, модел прилагодио одређеној болести или популацији. Уз то, сва теоријска разматрања у дисертацији ће бити илустрована помоћу реалних података, из области ширења болести као и из популационе динамике, чиме ће се потврдити оправданост формирања модела.

Са даљим развојем био-медицинских наука, открићем нових метода лечења, контроле и сузбијања болести чија се динамика моделира у докторској тези, разматрани стохастички модели би могли да послуже као основа за неке нове, сложеније и актуелније моделе. Такође, даља улагања у екологију, праћење интеракција међу различитим врстама и благовремено објављивање таквих резултата, са циљем спречавања неограниченог ширења инвазивних, као и заштите угрожених врста, могу и разматране популационе моделе да унапреде и учине актуелнијим.

4. Очекивани резултати, научна заснованост и допринос истраживања *која су резултати*
Формирање стохастичких модела:

- Увођењем Gauss-овог белог шума у детерминистички СИР модел са нелинеарном функцијом заражавања и лечењем. Овај модел би се, укључивањем Марковских прелаза, учинио још реалнијим јер би узео у обзир и сезонски карактер болести. Узимањем у обзир периода инкубације увођењем аргумента коефицијената СДЈ са кашњењем, и коришћењем функција заражавања и лечења у општем облику, оваквим моделом би се описивала већина познатих болести. Оправданост формирања оваквих модела би се потврдила примерима епидемија колере на Хаитију и вируса грипа А Х1Н1 у Кини, еболе у Сијера Леоне и Конгу, КОВИД 19 у Пакистану.
- Интеракције вируса КОВИД 19 са ћелијама имунолошког система, увођењем Gauss-овог белог шума, као и обојеног шума, да би се узео у обзир и сезонски карактер болести.
- Интеракције вируса хепатитиса Ц са ћелијама имунолошког система и предатор-плен модела са ефектом страха плена од предатора, при чему је популација плена подељена у две класе: подложне и заражене јединке (пример еко-епидемиолошког модела) увођењем случајности помоћу средњеповратних и процеса Lévy-ја.

Анализом ових модела би се одредили услови за параметре система који обезбеђују опстанак популације или болести и истребљења популације, односно искорењивање болести, што би био оригинални научни допринос у области стохастичког моделирања у популационој динамици и епидемиологији ове докторске дисертације.

5. Примењене научне методе *(око 300 речи)*

У овом раду биће коришћене скоро све научне методе које се примењују у математици, као што су анализа, синтеза, аналогија, индукција, дедукција, апстракција, систематизација, уопштавање, посматрање, експеримент, упоређивање, итд.

Предложена тема се
прихвата неизмењена

ДА

НЕ

Коначан наслов теме **Динамичка својства неких стохастичких популационих и епидемиолошких докторске дисертације модела**

Коначан наслов теме

докторске дисертације **Dynamical properties of some stochastic population and epidemiological models**
на енглеском језику

ЗАКЉУЧАК (до 100 речи)

Тема ове докторске дисертације је примена теорије стохастичких диференцијалних једначина у популационој динамици и епидемиологији у циљу испитивања динамичких својстава модела који су формиранли. За све моделе који се разматрају у раду се одређују услови за параметре модела који доводе до искорењивања болести, односно истребљења популације, као и услови под којима популација или болест опстају у свом окружењу. Добијени резултати се илуструју графички кроз примере из реалног живота, те се на тај начин оправдава формирање разматраних стохастичких модела.

Због свега изложеног, Комисија предлаже да се Милици Марковић одобри сагласност на предложену тему докторске дисертације.

ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

Број одлуке Научно-стручног
већа за природно математичке
науке о именовању Комисије

8/17-01-001/24-006

Датум именовања Комисије

15.01.2024.

Р. бр.	Име и презиме, звање	Потпис
1.	др Миљана Јовановић, редовни професор Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу	председник Миљана Јовановић
2.	др Марија Крстић, ванредни професор Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу	ментор, члан Марија Крстић
3.	др Марија Милошевић, редовни професор Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу	члан Марија Милошевић
4.	др Драгана Ваљаревић, редовни професор Природно-математички факултет, Универзитет у Приштини са седиштем у Косовској Митровици	члан Драгана Ваљаревић
5.	др Јасмина Ђорђевић, редовни професор Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу	члан Јасмина Ђорђевић

Датум и место:

Ниш и Косовска Митровица, 22.01.2024.